Thermodynamique | Chapitre 5 | Cours

θ5 · Machines thermiques

Les machines thermiques sont des appareils qui font subir à un fluide des transformations cycliques au cours desquelles le fluide échange avec l'extérieur de l'énergie sous forme de travail et de chaleur. Elles ont été développer au début de la révolution industrielle (1750-1800) mais il faudra attendre les année 1824 et la publication du mémoire de Carnot pour avoir les outils pour décrire et comprendre ces machines et donc de pouvoir les optimiser.

Voici quelques exemples de machines thermiques : moteurs à combustion (diesel, otto, etc.), pompe à chaleur, machine frigorifique.

I - Machines cycliques dithermes

I.1 - Position du problème

On s'intéresse à un { fluide } qui est un **système fermé** et **macroscopiquement au repos**. Une machine thermique fait subir à ce fluide une **transformation cyclique**.

Puisque U et S sont des fonctions d'états, leur variation au cours d'un cycle est nulle.

$$\boxed{\Delta U_{\text{cycle}} = 0} \qquad \boxed{\Delta S_{\text{cycle}} = 0}$$

I.2 - Impossibilité du moteur monotherme

On suppose que le fluide est en contact avec un unique thermostat de température T_0. On a :

$$\Delta U = 0 = W + Q \qquad \Delta S = 0 = S_e + S_c = \frac{Q}{T_0} + S_c$$

Ainsi,

$$\boxed{W = -Q = T_0\, S_c \geq 0}$$

<u>Théorème</u> :

Une machine thermique en contact avec une seule source de chaleur reçoit nécessairement du travail ($W \geq 0$) et fourni nécessairement de la chaleur ($Q \leq 0$). Il est donc impossible de créer un moteur thermique monotherme.

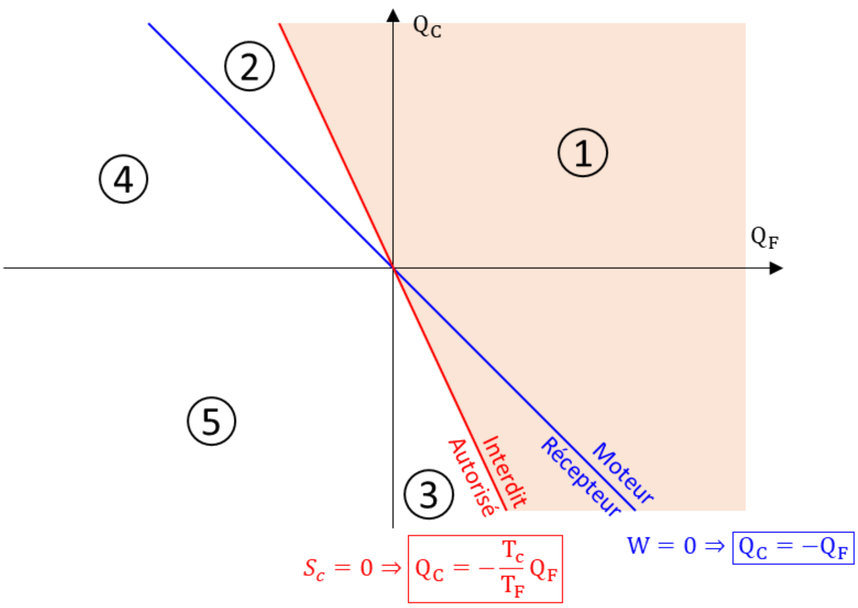
Cet énoncé de Lord Kelvin en 1851, qui correspond à la formulation de l'époque du second principe de la thermodynamique, est complété de la remarque : « un bateau muni, s'il existait, d'un tel moteur monotherme, avancerait en puisant de l'énergie de la mer et en laissant un sillage de glace derrière lui. »

I.3 - Machines dithermes

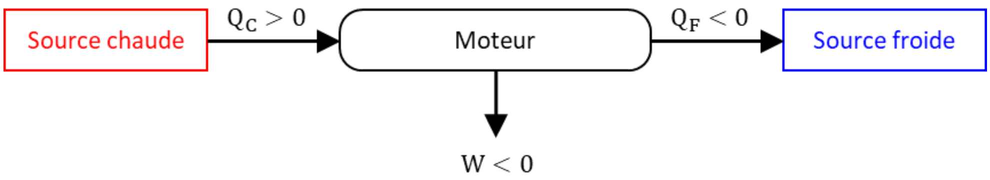
On suppose que le fluide est en contact avec deux sources de chaleur : une source chaude T_C et une source froide $T_F < T_C$. On note Q_C et Q_F la chaleur algébriquement reçue par les sources chaude et froide. On a :

$$\Delta U = 0 = W + Q_C + Q_F$$

$$\Delta S = 0 = S_e + S_c = \frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} + S_c$$



- **Zone 1** : zone interdite par le deuxième principe.
- **Zone 2** : zone des **moteurs**. La machine prélève de la chaleur à la source chaude ($Q_C > 0$) et la transmet à la source froide ($Q_F < 0$) en fournissant un travail au passage ($W < 0$).

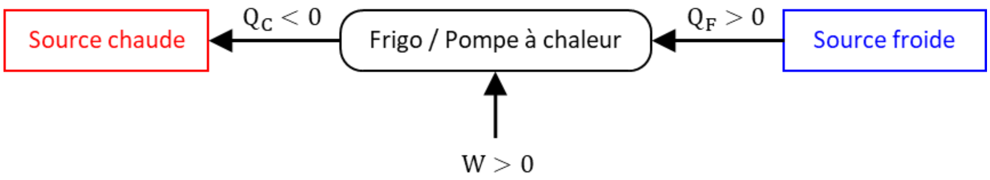


Démonstration à partir des principes :

$$Q_F = -W - Q_C = -W + \frac{T_C}{T_F}Q_F + T_C S_c \Rightarrow Q_F\underbrace{\left(1-\frac{T_C}{T_F}\right)}_{<0} = \underbrace{-W}_{\substack{>0\\ \text{Moteur}}} + \underbrace{T_C S_c}_{\geq 0} \Rightarrow \boxed{Q_F < 0}$$

$$\Rightarrow Q_C = \underbrace{-W}_{>0}\underbrace{-Q_F}_{>0}\boxed{>0}$$

- **Zone 3** : zone des **récepteurs utiles**. En fournissant un travail à la machine ($W > 0$), elle prélève de la chaleur à la source froide ($Q_F > 0$) et la transmet à la source chaude ($Q_C < 0$). C'est le principe du **réfrigérateur** ou de la **pompe à chaleur**.



Zone 4 et 5 : zone des **récepteurs peu utiles**.

I.4 - Théorème de Carnot

a) Rendement d'un moteur

Définition :

Le **rendement** (ou **efficacité**) d'un moteur thermique est défini par :

$$\boxed{\eta = \frac{\text{Ce que l'on récupère}}{\text{Ce que l'on paie}} = \frac{|W|}{Q_C} = -\frac{W}{Q_c} < 1}$$

En utilisant les deux principes, il vient :

$$\eta = -\frac{W}{Q_c} = \frac{Q_F + Q_C}{Q_C} = 1 + \frac{Q_F}{Q_C}$$

Or,

$$\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} + S_c = 0 \xRightarrow[\times\frac{T_F}{Q_C}]{} \frac{T_F}{T_C} + \frac{Q_F}{Q_C} + \frac{T_F S_c}{Q_C} = 0 \Rightarrow \eta = 1 - \frac{T_F}{T_C} - \underbrace{\frac{T_F S_c}{Q_C}}_{\geq 0} \leq 1 - \frac{T_F}{T_C}$$

Théorème de Carnot :

Le rendement d'un moteur ditherme η est inférieur au rendement idéal de Carnot η_c, donné par :

$$\boxed{\eta \leq \eta_c = 1 - \frac{T_F}{T_C} < 1}$$

Le rendement de Carnot η_c correspond au rendement idéal d'une machine réversible.

OdG :

Pour les turbines à gaz ou les moteurs à explosions réels, les rendements obtenus sont de l'ordre de 35-40 %.

b) Efficacité d'un récepteur

Définition :

Le **coefficient de performance COP** (ou **efficacité**) d'un récepteur est défini par :

$$\mathrm{COP} = \frac{\text{Ce que l'on récupère}}{\text{Ce que l'on paie}} = \frac{\text{Chaleur qui nous est utile}}{\text{Travail fourni à la machine}}$$

Ainsi,

$$\boxed{\mathrm{COP} = \frac{\mathrm{Q_F}}{\mathrm{W}}} \quad \text{pour un réfrigérateur}$$

$$\boxed{\mathrm{COP} = \frac{|\mathrm{Q_C}|}{\mathrm{W}} = -\frac{\mathrm{Q_C}}{\mathrm{W}}} \quad \text{pour une pompe à chaleur}$$

En utilisant les deux principes, il vient :

$$\mathrm{COP(pompe\ chaleur)} = -\frac{\mathrm{Q_C}}{\mathrm{W}} = \frac{\mathrm{Q_C}}{\mathrm{Q_F + Q_C}} = \frac{1}{1 + \frac{\mathrm{Q_F}}{\mathrm{Q_C}}} = \frac{1}{1 - \frac{\mathrm{T_F}}{\mathrm{T_C}} - \frac{\mathrm{T_F S_c}}{\mathrm{Q_C}}} = \frac{\mathrm{T_C}}{\mathrm{T_C - T_F} \underbrace{- \frac{\mathrm{T_F T_C S_c}}{\mathrm{Q_C}}}_{\geq 0}} \leq \frac{\mathrm{T_C}}{\mathrm{T_C - T_F}}$$

$$\mathrm{COP(frigo)} = \frac{\mathrm{Q_F}}{\mathrm{W}} = \frac{\mathrm{Q_F}}{-(\mathrm{Q_F + Q_C})} = \frac{1}{-1 - \frac{\mathrm{Q_C}}{\mathrm{Q_F}}} = \frac{1}{-1 + \frac{\mathrm{T_C}}{\mathrm{T_F}} + \frac{\mathrm{S_c T_C}}{\mathrm{Q_F}}} = \frac{\mathrm{T_F}}{\mathrm{T_C - T_F} + \underbrace{\frac{\mathrm{S_c T_F T_C}}{\mathrm{Q_F}}}_{\geq 0}} \leq \frac{\mathrm{T_F}}{\mathrm{T_C - T_F}}$$

Théorème de Carnot :

Le COP d'une machine frigorifique ditherme est inférieure à l'efficacité idéale de Carnot, qui vaut :

$$\boxed{\mathrm{COP} < \mathrm{COP_c} = \frac{\mathrm{T_F}}{\mathrm{T_C - T_F}}} \quad \text{pour un réfrigérateur}$$

$$\boxed{\mathrm{COP} < \mathrm{COP_c} = \frac{\mathrm{T_C}}{\mathrm{T_C - T_F}}} \quad \text{pour une pompe à chaleur}$$

L'efficacité de Carnot $\mathrm{e_c}$ correspond à l'efficacité idéale d'une machine réversible.

Remarque :

L'efficacité (réelle et celle de Carnot) peut être supérieure à 1.

Exemple : $\mathrm{T_C} = 400\ \mathrm{K}$ et $\mathrm{T_F} = 300\ \mathrm{K}$. Alors, $\mathrm{e_c(frigo)} = 3$ et $\mathrm{e_c(pompe\ chaleur)} = 4$.

Pour les réfrigérateurs, l'efficacité réelle est comprise entre 20 et 50 % selon la qualité du modèle. Pour une pompe à chaleur, l'efficacité réelle est de l'ordre de 300 à 600 %. Cela signifie que pour 1 W d'électricité fourni, on récupère 3 à 6 W de puissance thermique de chauffage.

II - Machines de Carnot

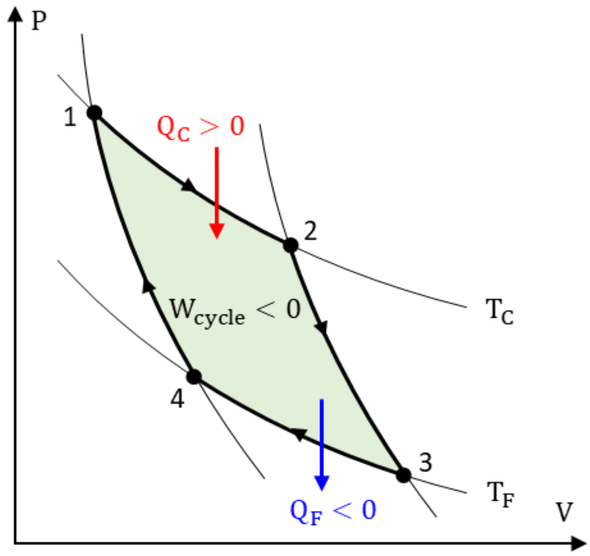
II.1 - Cycle

Le cycle de Carnot est un cycle constitué de quatre transformations réversibles :

- (AB) une détente **isotherme** à la température $\mathrm{T_C}$;
- (BC) une détente **adiabatique réversible** entre les températures $\mathrm{T_C}$ et $\mathrm{T_F}$;
- (CD) une compression **isotherme** à la température $\mathrm{T_F}$;
- (DA) une compression **adiabatique réversible** entre les températures $\mathrm{T_F}$ et $\mathrm{T_C}$;

Le cycle moteur est parcouru dans le sens horaire.

Le cycle récepteur est parcouru dans le sens trigonométrique.



- (12) détente isotherme

$$\Delta U_{12} = C_V\,\Delta T_{12} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{Q_{12} = -W_{12} = nR\,T_C \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) > 0}$$

- (23) détente adiabatique réversible

$$\boxed{Q_{23} = 0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{W_{23} = \Delta U_{23} = C_V\,(T_F - T_C) < 0}$$

- (34) compression isotherme

$$\Delta U_{34} = C_V\,\Delta T_{34} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{Q_{34} = -W_{34} = nR\,T_F \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) < 0}$$

- (41) compression adiabatique réversible

$$\boxed{Q_{41} = 0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{W_{41} = \Delta U_{41} = C_V\,(T_C - T_F) > 0}$$

Bilan d'énergie sur un cycle :

$$W_{cycle} = \text{ aire du cycle} = W_{12} + W_{23} + W_{34} + W_{41} = -nR\,T_C \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) - nR\,T_F \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) < 0$$

II.2 - Rendement

Rappel :

$\Delta U = W + Q_C + Q_F$ avec $Q_C = \sum Q_i$ où $Q_i > 0$ et $Q_F = \sum Q_i$ où $Q_i < 0$

Ici : $\boxed{Q_C = Q_{12}}$ et $\boxed{Q_F = Q_{34}}$

On en déduit le rendement :

$$\eta = \frac{-W}{Q_C} = 1 + \frac{Q_F}{Q_C} = 1 + \frac{T_F \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)}{T_C \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}$$

On utilise la loi de Laplace. Lors d'une transformation adiabatique, $T\,V^{\gamma-1} = $ cte. Ainsi,

$$\begin{cases} T_C\,V_2^{\gamma-1} = T_F\,V_3^{\gamma-1} \\ T_C\,V_1^{\gamma-1} = T_F\,V_4^{\gamma-1} \end{cases} \Rightarrow \quad \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma-1} \quad \Rightarrow \quad \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -\ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)$$

Finalement,

$$\boxed{\eta = \eta_c = 1 - \frac{T_F}{T_C}}$$

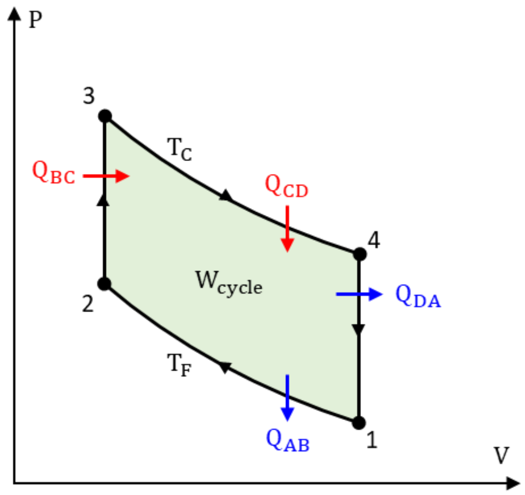
Remarques :

- Le cycle de Carnot est un cycle théorique : il s'effectue en l'absence de phénomènes dissipatifs.
- On remarque que le rendement $\eta \to 1$ lorsque $T_F \to 0$ K, ce qui est impossible à obtenir en pratique.
- Un moteur de Carnot est inutile en pratique : des transformations infiniment lentes ⇒ une puissance nulle. Or on cherche à faire des moteurs puissants.

III - Moteur de Stirling

III.1 - Cycle

→ Montrer l'animation (et une expérience) du moteur de Stirling.



On note : $\Delta T = T_C - T_F$.

- (12) compression isotherme :

$$\Delta U_{12} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{W_{12} = -nR\, T_F \ln\left(\frac{V_{min}}{V_{max}}\right) = -Q_{12} > 0}$$

- (23) chauffage isochore :

$$\boxed{W_{23} = 0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{Q_{23} = \Delta U_{23} = C_V\, \Delta T > 0}$$

- (34) détente isotherme :

$$\Delta U_{34} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{W_{34} = -nR\, T_C \ln\left(\frac{V_{max}}{V_{min}}\right) = -Q_{34} < 0}$$

- (41) refroidissement isochore :

$$\boxed{W_{41} = 0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{Q_{41} = \Delta U_{41} = -C_V\, \Delta T < 0}$$

III.2 - Rendement

On a : $\boxed{Q_C = Q_{23} + Q_{34}}$ et $\boxed{Q_F = Q_{41} + Q_{12}}$.

On en déduit :

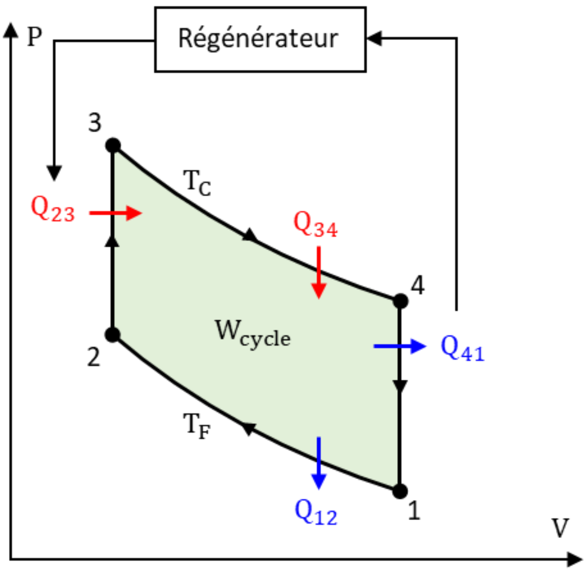
$$\eta = -\frac{W}{Q_C} = \frac{nR\, \Delta T \ln\left(\frac{V_{max}}{V_{min}}\right)}{C_V \Delta T + nR\, T_C \ln\left(\frac{V_{max}}{V_{min}}\right)}$$

Le rendement est inférieur à celui de Carnot.

III.3 - Régénérateur

Un régénérateur est une pièce dont le rôle est de stocker l'énergie thermique perdue durant l'étape (41) pour la redonner au fluide durant l'étape (23). Dans ce cas, le rendement devient :

$$\eta = -\frac{W}{Q_{CD}} = \frac{nR\,\Delta T \ln\left(\frac{V_{max}}{V_{min}}\right)}{nR\,T_C \ln\left(\frac{V_{max}}{V_{min}}\right)} = \frac{\Delta T}{T_C} = 1 - \frac{T_F}{T_C} = \eta_C$$



IV - Cogénération

Définition :

La **cogénération** est la production simultanée d'électricité et de chaleur. Cette technique permet de valoriser la chaleur qui serait normalement rejetée dans l'environnement.

Le rendement de la machine devient :

$$\boxed{\eta = \frac{|W| + x \cdot |Q_F|}{Q_C} = \eta_0 + x\,(1 - \eta_0)} \quad \text{avec :} \quad \eta_0 = -\frac{W}{Q_C}$$

Avec x la fraction d'énergie qu'il est possible de valoriser.

Démonstration :

$$\eta = \frac{-W + x \cdot (-Q_F)}{Q_C} = -\frac{W}{Q_C} + x\,\frac{Q_C - W}{Q_C} = \eta_0 + x\,(1 - \eta_0)$$

Application :

Une machine thermique a un rendement typique de 30 %. Cela signifie que 70 % de l'énergie fournie par la source chaude est perdue (donnée à la source froide). Avec un système de cogénération, il est possible de récupérer typiquement 50 % de la chaleur perdue. Le rendement vaut alors :

$$\eta = 0{,}30 + 0{,}50 \cdot 0{,}70 = 65\ \%$$