Signaux | Chapitre 1 | Cours

S1 · Ondes progressives

Les phénomènes ondulatoires se retrouvent dans de très nombreux domaines de la physique.

- En mécanique : ondes sismiques, ondes sonores, vagues à la surface de l'eau…
- En électromagnétisme : la lumière, les micro-ondes, les ondes radio, les rayon X…
- En mécanique quantique : dualité onde-corpuscule, onde de matière…
- Et d'autres encore (ondes gravitationnelle, onde de chaleur, etc.).

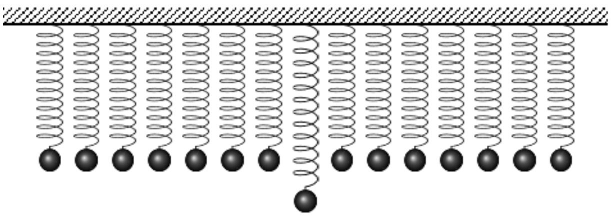
I - Les ondes

I.1 - Qu'est-ce qu'une onde ?

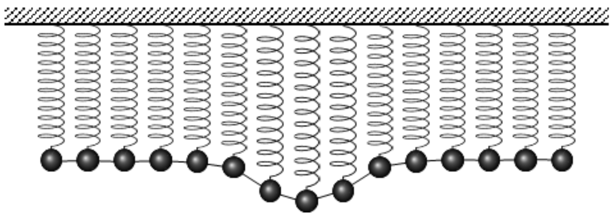
Pour obtenir une onde, il faut nécessairement avoir un couplage entre deux grandeurs physiques.

Exemple :

Considérons une chaîne de système { masse + ressort }. On écarte la masse centrale de sa position d'équilibre, puis on la lâche



Pas de couplage : seule la masse centrale va osciller. L'énergie initialement mise dans l'oscillateur central ne se propage pas.



L'altitude d'une masse est couplée à la force élastique subie par les masses voisines. La perturbation initiale va se propager latéralement, bien que chaque masse reste à la même position.

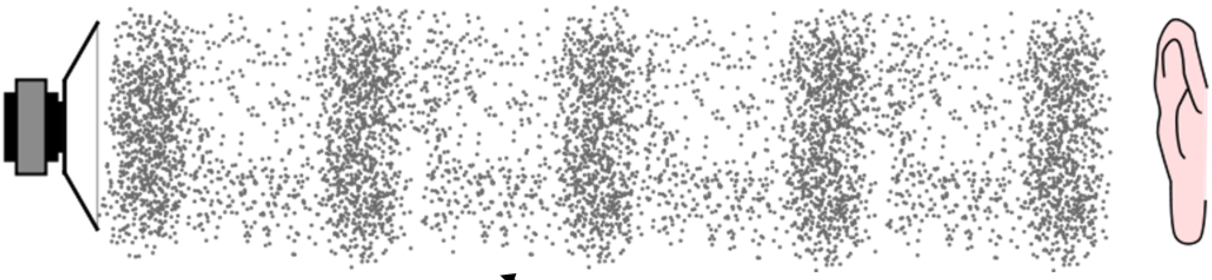
Définition :

Une **onde** correspond à la propagation d'une perturbation $s(\mathrm{M}, t)$, donc d'énergie, sans propagation de matière.

I.2 - Exemples

Signaux acoustiques :

Les grandeurs couplées la **pression** et la **vitesse** des particules.

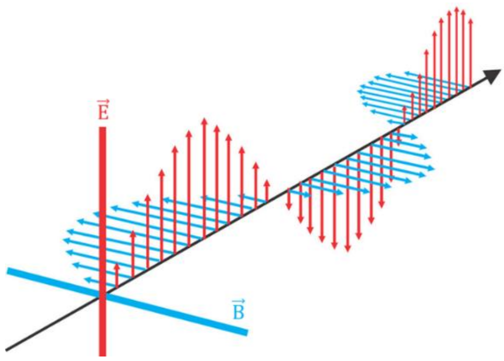


Signaux électriques :

Lorsque l'on sort du cadre de l'ARQS, un signal électrique ne se propage pas instantanément mais sous la forme d'une onde. Les grandeurs couplées sont la **tension** et l'**intensité**.

Signaux électromagnétiques :

Lumineux, UV, RX, onde radio, etc. Toutes ces ondes résultent d'un couplage entre le **champ électrique** et le **champ magnétique**.



II - Ondes progressives

II.1 - Évolutions temporelle et spatiale

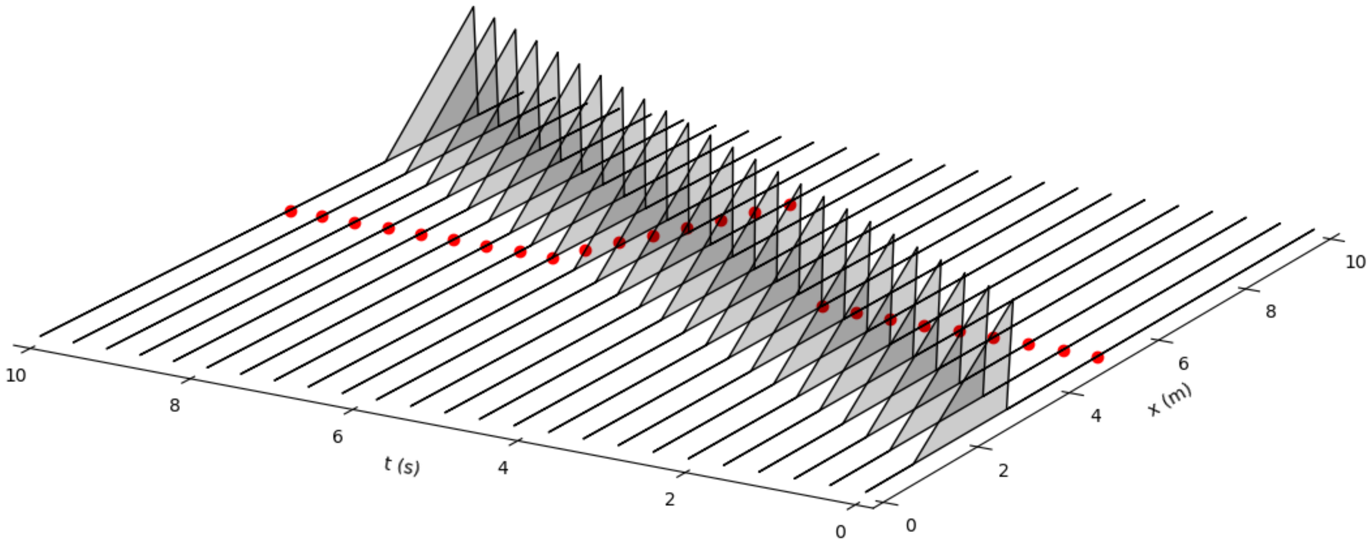
Définition :

Une **onde progressive** (OP) est une perturbation qui se retrouve identique à elle-même après une durée Δt et à une distance Δx.

Exemple :

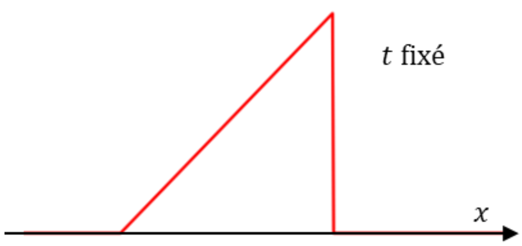
Vague en forme de « triangle rectangle » qui se propage à la célérité c selon les x croissants. **Attention** ! La célérité de l'onde n'a rien à voir avec la vitesse locale des particules de fluide.

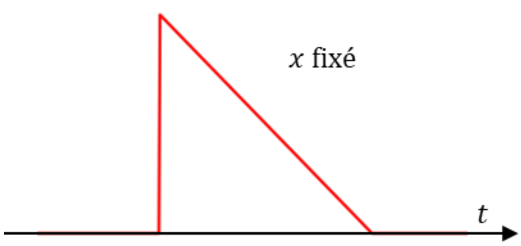
On place un flotteur (point rouge) au niveau de abscisse $x = 5$.



Si on décide de faire un graphique 1D, il faut choisir entre :

- Le **profil spatial** de l'onde : on fixe le temps. C'est le cas d'une photographie.
- Le **profil temporel** de l'onde : on fixe l'espace. C'est le point de vue du flotteur rouge.





II.2 - Expression mathématique d'une OP

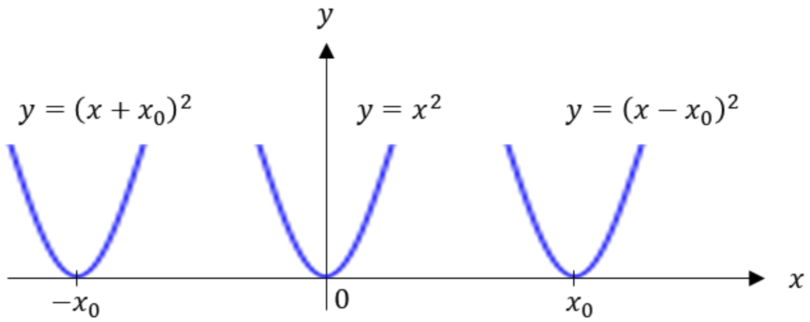
a) Rappel mathématique

On a vu qu'une onde quelconque $s(x,t)$ dépendait de deux variables : l'espace et le temps. On va voir qu'une OP ne dépend que d'une seule variable.

Rappel mathématique :

Soit une fonction $f(x)$.

Pour translater cette fonction de x_0 vers les x croissants (resp. les x décroissants), il faut considérer la fonction $f(x-x_0)$ (resp. $f(x+x_0)$).



b) Point de vue spatial

Notons $f(x) = s(x, t=0)$ le profil spatial d'une OP en $t = 0$. Notons c sa célérité.

Si cette onde se propage selon les x croissants, alors : $s(x,t) = f(x-ct) = f(u)$

Si cette onde se propage selon les x décroissants, alors : $s(x,t) = f(x+ct) = f(\mathrm{v})$

Avec : $\boxed{u = x - ct}$ et $\boxed{\mathrm{v} = x + ct}$.

c) Point de vue temporel

Notons $g(t) = s(x=0, t)$ le profil temporel d'une OP en $x = 0$. Notons c sa célérité.

Si cette onde se propage selon les x croissants, alors : $s(x,t) = g\left(t - \frac{x}{c}\right) = g(u')$

Si cette onde se propage selon les x décroissants, alors : $s(x,t) = g\left(t + \frac{x}{c}\right) = g(\mathrm{v}')$

Avec : $\boxed{u' = t - \frac{x}{c}}$ et $\boxed{\mathrm{v}' = t + \frac{x}{c}}$.

d) Bilan

Toute OP peut s'écrire sous la forme :

- Propagation selon x croissants : $f(x-ct)$ ou $g\left(t - \frac{x}{c}\right)$
- Propagation selon x croissants : $f(x+ct)$ ou $g\left(t + \frac{x}{c}\right)$

Conclusion : le signe $\pm$ renseigne sur le sens de la propagation.

III - Ondes progressives harmoniques

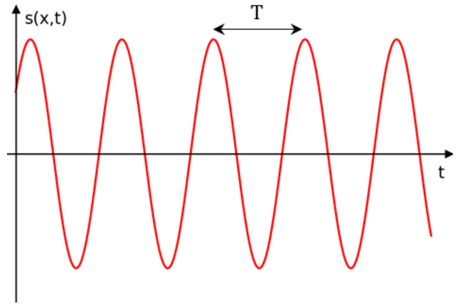
III.1 - Définition

Une OPH (ou OP sinusoïdale) est une OP qui s'écrit sous la forme :

$$s_{OPH}(x,t) = S_m \cos\left(\omega\left(t \pm \frac{x}{c}\right) + \phi\right) = \boxed{S_m \cos(\omega t \pm kx + \phi)} \quad \text{avec :} \quad \boxed{k = \frac{\omega}{c}}$$

Remarque : la célérité c s'appelle la **vitesse de phase** de l'OPH.

Profil temporel :

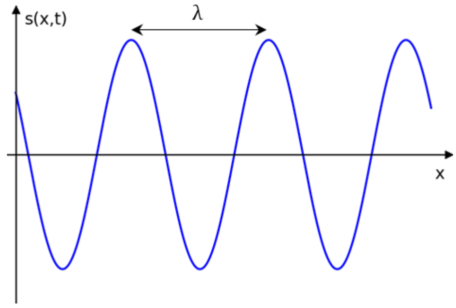


Période $\rightarrow$ T (s)

Féquence $\rightarrow$ $\boxed{f \text{ ou } \nu \ (\mathrm{Hz} = \mathrm{s}^{-1}) = \frac{1}{\mathrm{T}}}$

Pulsation $\rightarrow$ $\boxed{\omega \ (\mathrm{rad{\cdot}s^{-1}}) = 2\pi f = \frac{2\pi}{\mathrm{T}}}$

Profil spatial :



Vecteur d'onde (pulsation spatiale) $\rightarrow$ $\boxed{\mathrm{k} \ (\mathrm{rad \cdot m^{-1}}) = \frac{\omega}{\mathrm{c}}}$

Longueur d'onde (période spatiale) $\rightarrow$ $\boxed{\lambda \ (\mathrm{m}) = \frac{k}{2\pi} = \mathrm{c} \ \mathrm{T} = \frac{\mathrm{c}}{f}}$

Nombre d'onde (fréquence spatiale) $\rightarrow$ $\boxed{\sigma \ (\mathrm{m^{-1}}) = \frac{1}{\lambda} = \frac{f}{\mathrm{c}}}$

On constate donc qu'une OPH possède une **double périodicité**, spatiale et temporelle.

Bien retenir : $\boxed{c = \frac{\omega}{k} = \lambda f}$.

III.2 - Déphasage entre deux OPH

Soit une source qui émet une OPH de la forme : $s(x,t) = S_0 \cos(\omega t - kx)$

a) Déphasage temporel

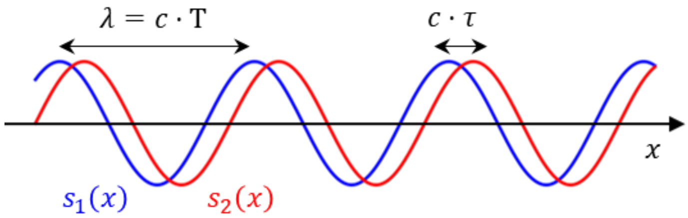
Soit deux photos prises à 2 instants t_1 et t_2. On pose $\tau = t_2 - t_1$.

On superpose les deux signaux $s_1(x) = s(x,t_1)$ et $s_2(x) = s(x,t_2)$.

On a donc :

$$s_1(x) = S_0 \cos\left(\underbrace{\omega t_1 - kx}_{\phi_1(x)}\right)$$

$$s_2(x) = S_0 \cos\left(\underbrace{\omega t_2 - kx}_{\phi_2(x)}\right)$$



On appelle **déphasage** entre les deux signaux :

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta\phi = \omega \cdot \tau = 2\pi \frac{\tau}{\mathrm{T}}}$$

Remarque : Moyen mnémotechnique = simple règle de trois :

b) Déphasage spatial

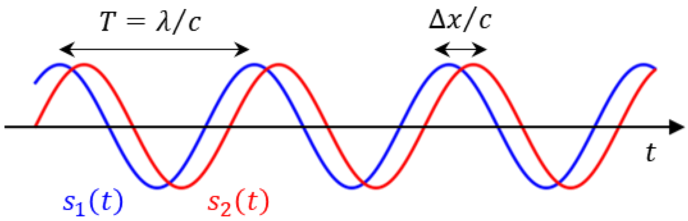
Soit deux capteurs placés aux positions x_1 et x_2. On pose $\Delta x = x_1 - x_2$.

On superpose les deux signaux $s_1(t) = s(x_1,t)$ et $s_2(t) = s(x_2,t)$.

On a donc :

$$s_1(t) = S_0 \cos\left(\underbrace{\omega \mathrm{t} - kx_1}_{\phi_1(t)}\right)$$

$$s_2(t) = S_0 \cos\left(\underbrace{\omega \mathrm{t} - kx_2}_{\phi_2(t)}\right)$$



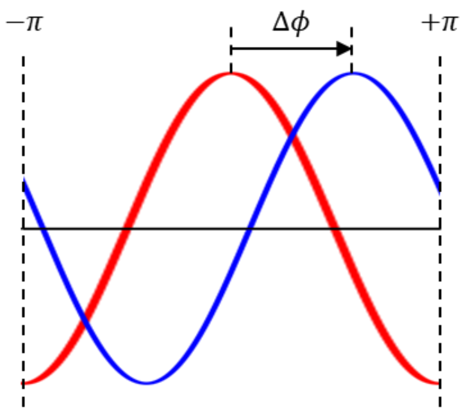
On appelle **déphasage** entre les deux signaux :

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta\phi = k \cdot \Delta x = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda}}$$

c) Vocabulaire

<u>Propriété</u> :

En physique, on choisit $\Delta\phi$ modulo 2π de sorte que $\boxed{-\pi < \Delta\phi \leq \pi}$.

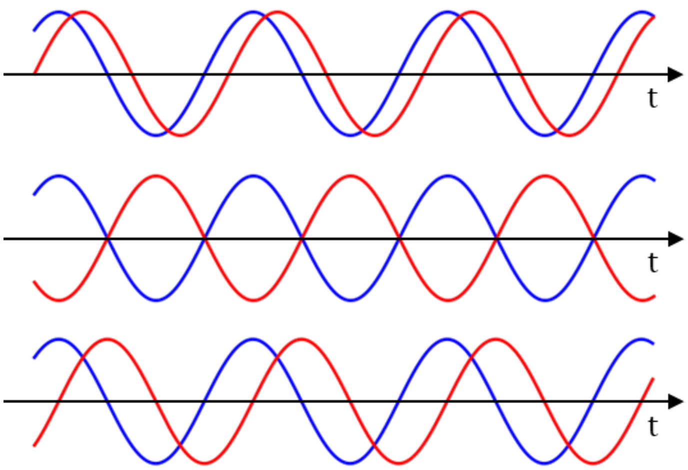


<u>Définitions</u> :

- Le signal qui atteint son maximum avant l'autre est dit en **avance de phase**. L'autre est dit en **retard de phase**.
- Si $\Delta\phi = 0$, les signaux sont **en phase**.
- Si $\Delta\phi = \pm\pi$, les signaux sont **en opposition de phase.**

Si $\Delta\phi = \pm\pi/2$, les signaux sont **en quadrature de phase.**

<u>Exemples</u> :



III.3 - ODG des fréquences des OPH

<u>Ondes acoustiques</u> :

- Infrason : $f < 20\ Hz$
- Audible : $20\ Hz < f < 20\ kHz$
- Ultrasons : $f > 20\ kHz$

<u>Ondes électromagnétiques</u> :

- Rayons γ : $\lambda < 10\ \mathrm{pm} = 10^{-11}\ \mathrm{m}$
- Rayons X : $10\ \mathrm{pm} < \lambda < 10\ \mathrm{nm}$
- UV : $10\ \mathrm{nm} < \lambda < 400\ \mathrm{nm}$
- Visible : $400\ \mathrm{nm} < \lambda < 800\ \mathrm{nm}$ $\qquad f_{\mathrm{visible}} = \frac{c}{\lambda} \sim 2 \cdot 10^{15}\ \mathrm{Hz}$
- IR : $800\ \mathrm{nm} < \lambda < 1\ \mathrm{mm}$
- Micro-ondes : $1\ \mathrm{mm} < \lambda < 10\ \mathrm{cm}$
- Ondes radio : $\lambda > 10\ \mathrm{cm}$ $\qquad f_{\mathrm{visible}} = \frac{c}{\lambda} < 3\ \mathrm{GHz} = 3 \cdot 10^{9}\ \mathrm{Hz}$

IV - Milieux dispersifs

<u>Définition</u> :

Un milieu est dit **dispersif** lorsque la vitesse de phase dépend de la fréquence de l'onde : $c(f)$.

<u>Conséquence</u> :

Au passage d'un milieu dispersif, tous signal non harmonique (ie. contenant plusieurs fréquences) se déforme au cours de sa propagation.

<u>Exemple</u> :

- Verre ou eau pour les OEM
- Air pour les ondes sonores