



I - L'œil

I.1 - Modélisation d'un œil

Un œil peut se modéliser par l'association de :

- L'iris = **diaphragme**, pouvant laisser entrer plus ou moins de lumière ;
- Le cristallin = **lentille mince convergente de distance focale variable**. Il est entouré de muscles qui, en se contractant, peuvent changer la forme du cristallin et donc sa distance focale. C'est le principe de l'accommodation.
- La rétine = **capteur de lumière à distance fixe du cristallin**.

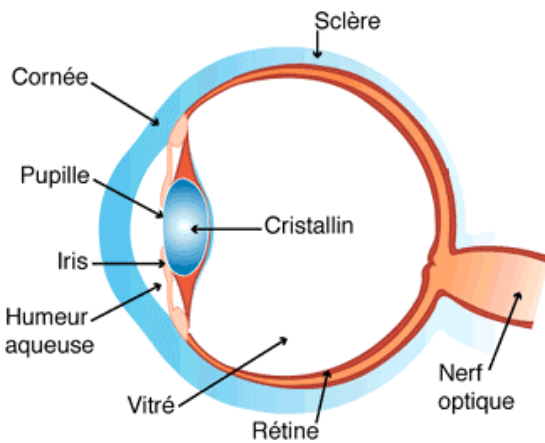
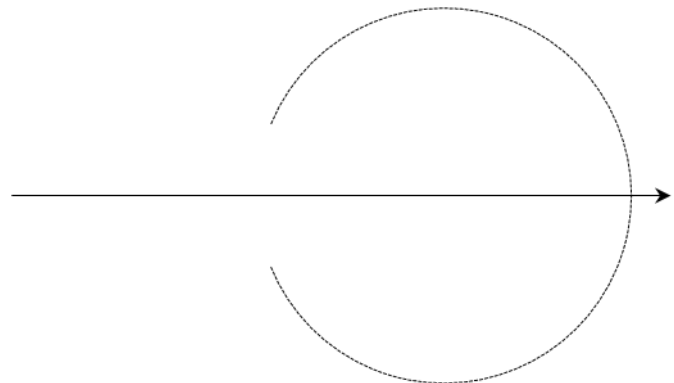


Schéma simplifié de l'œil humain



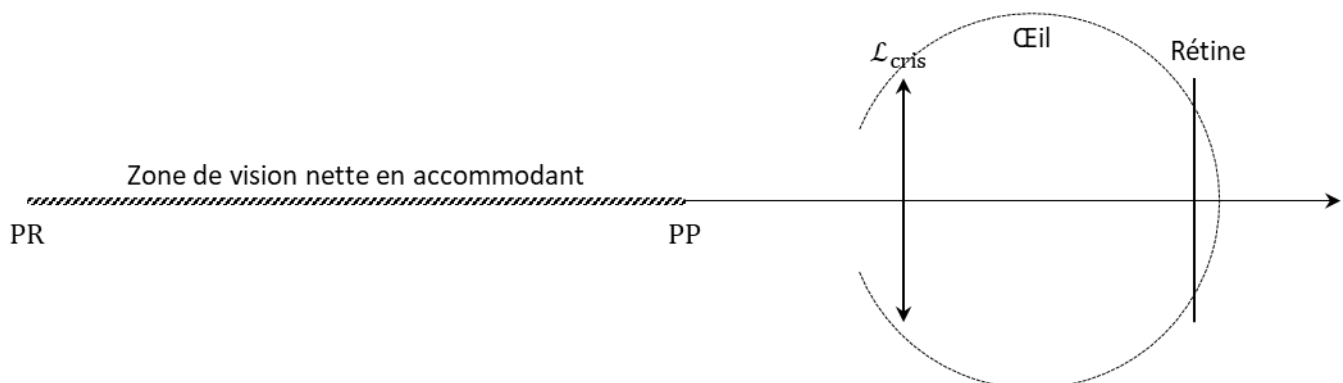
Modèle réduit de l'œil (modèle optique)

I.2 - Plage d'accommodation

La distance rétine / cristallin vaut $d_0 \approx 2,5 \text{ cm}$. Soit un œil emmétrope (sans défaut).

- Lorsque l'œil est au repos, $f'_{PR} = d_0$. Dans cette position, un objet situé à l'infini forme une image sur la rétine.
- Lorsque l'œil accommode, f' diminue. Or, d'après la relation de conjugaison :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \Rightarrow |\overline{OA}| \text{ diminue}$$



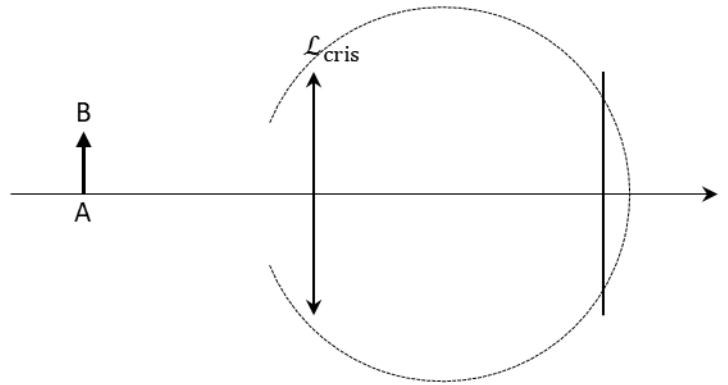
I.3 - Limite de résolution

La « taille » perçue d'un objet correspond à la taille de l'image $A'B'$ sur la rétine, qui ne dépend que de l'angle sous lequel est vu l'objet.

*On appelle **taille apparente** ou **taille angulaire** de l'objet, l'angle α sous lequel est vu cet objet.*

$$\tan(\alpha) \simeq \alpha = \frac{A'B'}{f'_{PR}} = \frac{AB}{OA}$$

Ainsi plus l'objet est proche de l'œil, plus sa taille angulaire est grande.



Lorsque $A'B'$ devient comparable à une taille du capteur sur la rétine, l'œil ne peut plus distinguer A' de B' , donc A de B. C'est la **limite de résolution de l'œil**.

$$\alpha_{\min} \simeq 1' \simeq 3 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$

Avec :

$$1^\circ = 60'' = 60 \text{ minutes d'arc} \quad \text{et} \quad 1' = 60'' = 60 \text{ secondes d'arc}$$

Application :

La muraille de Chine est la structure architecturale la plus importante jamais construite par l'Homme à la fois en longueur, en surface et en masse. La muraille mesure 21 196 km de long, en moyenne 6 à 7 m de haut et 4 à 5 m de largeur.

La Lune se situe à une distance de 384 400 km de cette de Terre.

On entend dire que la grande muraille de Chine est le seul bâtiment sur Terre visible par les astronautes depuis la Lune. Est-ce exact ?



$$\alpha = \frac{5}{384\,400\,000} = 1,3 \cdot 10^{-8} \text{ rad} < \alpha_{\min}$$

La muraille n'est pas visible.

Pour des objets donc la taille angulaire $\alpha < \alpha_{\min}$, on va utiliser un instrument d'optique permettant de former une image de taille angulaire $\alpha' > \alpha_{\min}$ (loupe, microscope, lunette astronomique).

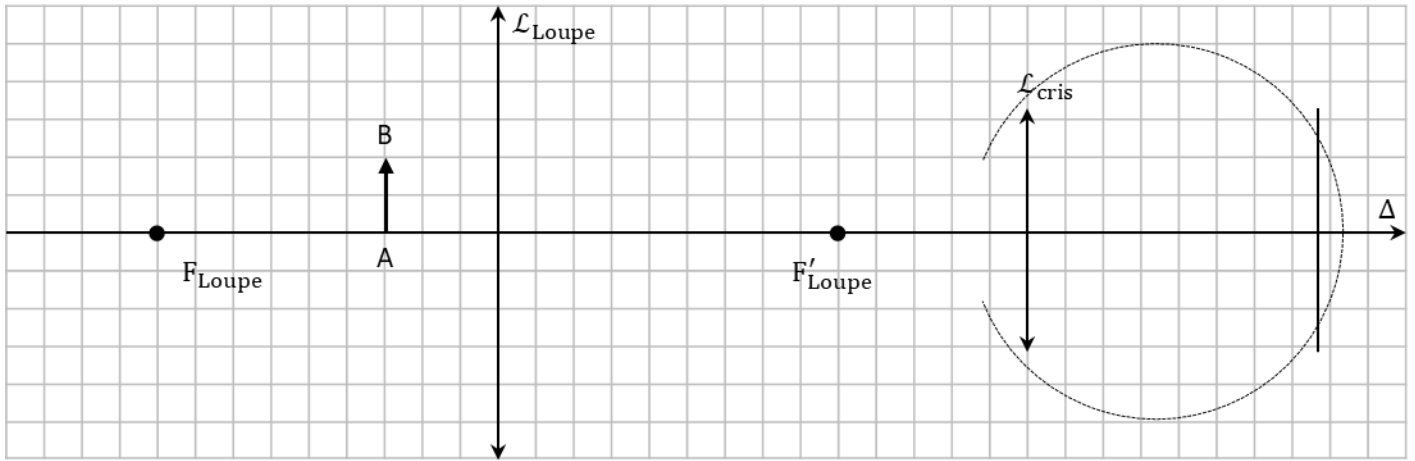
II - Microscopies optiques

Nous allons ici présenter trois instruments. Ils ne sont pas officiellement au programme de MPSI, mais tombent régulièrement aux concours. Mieux vaut donc ne pas les découvrir totalement le jour du concours !

II.1 - La loupe

C'est l'instrument d'optique le plus simple permettant d'augmenter la taille angulaire d'un objet. Il s'agit d'une simple lentille convergente. Il faut placer l'objet à observer entre le point focal objet et le centre optique. On obtient une image virtuelle agrandie, observable par l'œil.

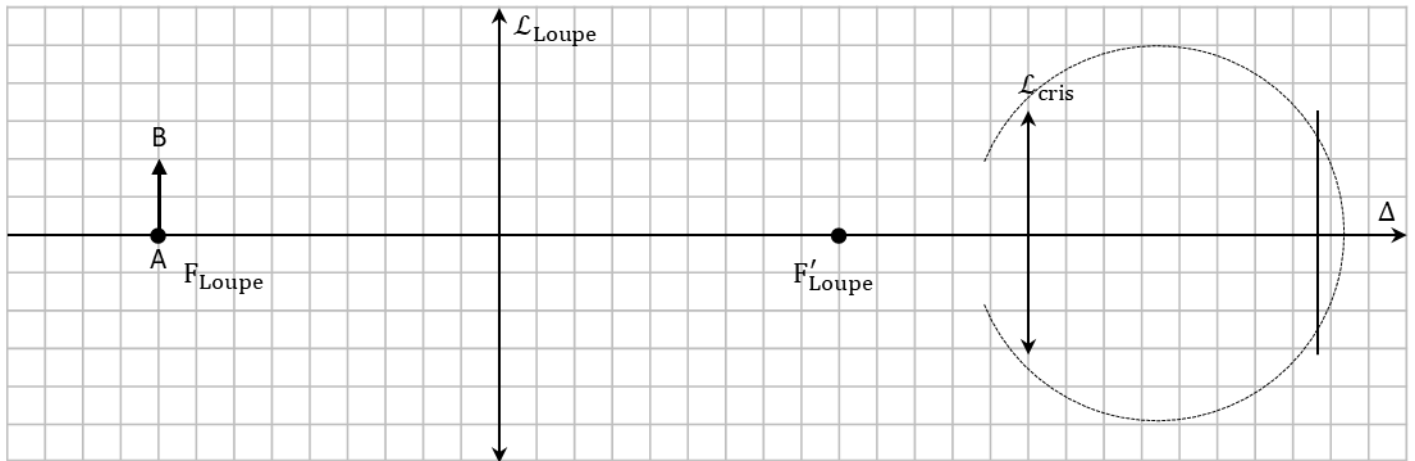
$$AB \xrightarrow{\text{Loupe}} A_1B_1 \xrightarrow{\text{Cristallin}} A'B' \text{ (Rétine)}$$



Pour tous les instruments d'optiques, on va chercher à former une image à l'infini, de sorte à ce que l'œil n'est pas à accommoder pour observer l'image.

$$AB \xrightarrow{\text{Loupe}} A_1B_1(-\infty) \xrightarrow{\text{Cristallin}} A'B' (\text{Rétine})$$

Pour la loupe, il faut donc placer l'objet dans le plan focal objet de la loupe.



Définition :

Le *grossissement* d'un instrument d'optique est le rapport de la taille apparente de l'objet vu à travers l'instrument et de la taille apparente de l'objet vu à l'œil nu et placé au PP :

$$G = \frac{\beta}{\alpha_{PP}}$$

Le grossissement d'une loupe vaut :

$$G = \frac{AB/f'_{Loupe}}{AB/d_{pp}} = \frac{d_{pp}}{f'_{Loupe}}$$

ODG :

$$d_{pp} = 25 \text{ cm} \quad f'_{Loupe} = 2 \text{ à } 10 \text{ cm} \quad \Rightarrow \quad G = 2,5 \text{ à } 12,5$$

II.2 - Le microscope

Un microscope est composé de deux lentilles :

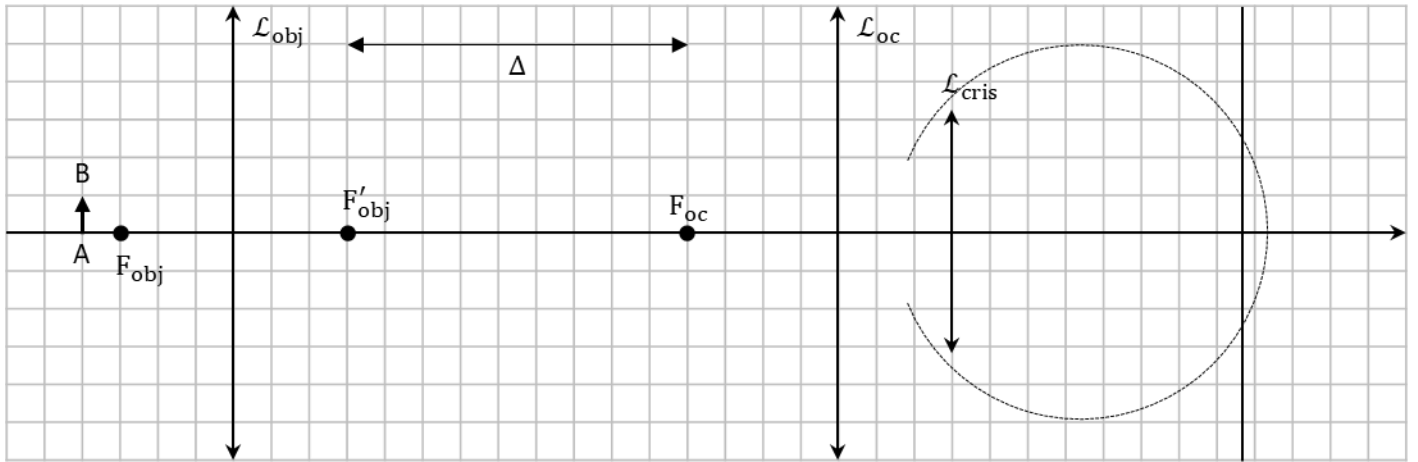
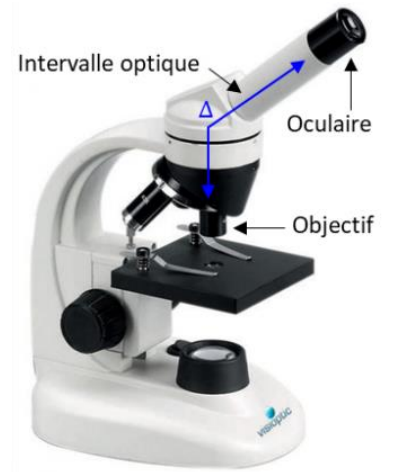
- **l'objectif**, de courte focale et situé proche de l'objet à observer ;
- **l'oculaire**, où l'utilisateur va placer son œil.

Le microscope renvoie une image à l'infini de l'objet à observer.

$$AB \xrightarrow{\text{Objectif}} A_1B_1 \xrightarrow{\text{Oculaire}} A_2B_2 (-\infty) \xrightarrow{\text{Cristallin}} A'B' (\text{Rétine})$$

On appelle **intervalle optique** la distance Δ :

$$\Delta = \overline{F'_{\text{obj}}F_{\text{oc}}}$$



Grossissement d'un microscope.

$$\beta = \frac{A_1B_1}{f'_{\text{oc}}} \quad \text{et} \quad |\gamma_{\text{obj}}| = \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{F'_{\text{obj}}A'}{f'_{\text{obj}}} = \frac{\Delta}{f'_{\text{obj}}}$$

Ainsi,

$$\beta = AB \frac{\Delta}{f'_{\text{oc}} f'_{\text{obj}}}$$

Le grossissement vaut :

$$G = \frac{\Delta d_{pp}}{f'_{\text{oc}} f'_{\text{obj}}}$$

ODG :

$$\Delta = 16 \text{ cm} \quad f'_{\text{obj}} = 1,5 \text{ à } 40 \text{ mm} \quad f'_{\text{oc}} = 1,25 \text{ à } 5 \text{ cm} \quad \Rightarrow \quad \boxed{G = 40 \text{ à } 1000}$$

II.3 - La lunette astronomique

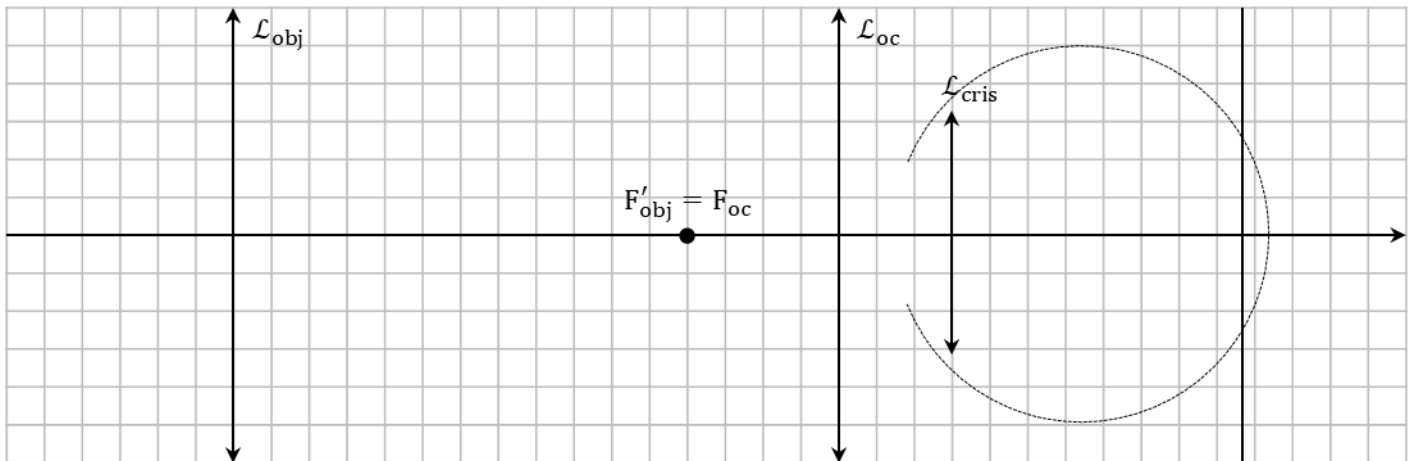
Un microscope est composé de deux lentilles :

- **l'objectif**, de grande focale et situé du côté de l'objet à observer ;
- **l'oculaire**, où l'utilisateur va placer son œil.

La grande différence avec le microscope est que l'objet à observer est, cette fois, à l'infini. On doit donc réaliser un système afocal.



$$AB(-\infty) \xrightarrow{\text{Objectif}} A_1B_1 \xrightarrow{\text{Oculaire}} A_2B_2(-\infty) \xrightarrow{\text{Cristallin}} A'B' \text{ (Rétine)}$$



Définition :

*Pour un système afocal, le **grossissement** est le rapport de la taille apparente de l'image et la taille apparente de l'objet.*

Le grossissement d'une lunette astronomique vaut :

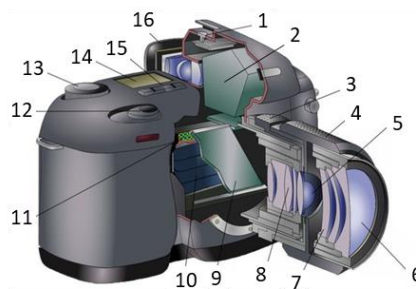
$$G = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{A_1B_1/f'_{oc}}{A_1B_1/f'_{obj}} = \frac{f'_{obj}}{f'_{oc}}$$

III - L'appareil photographique numérique

III.1 - Modélisation à une lentille



APN vu de profil

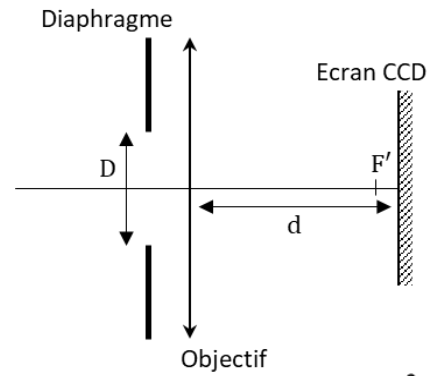


Vue en coupe d'un APN

- 2) Prisme de visé
- 4) Réglage de la mise au point
- 5) Diaphragme
- 6) Lentille frontale de l'objectif
- 9) Miroir
- 10) Obturateur
- 11) Capteur CCD
- 16) Visueur

Un appareil photo peut se modéliser par l'association de :

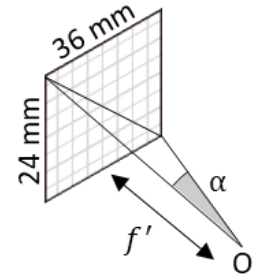
- Un diaphragme ;
- Lentille de focale fixe mais de position mobile d .
- Un capteur CCD.



III.2 - Paramètres influençant la formation de l'image

a) Focale et angle de champ

On appelle **angle de champ** α l'angle que veut capter l'appareil photo. Il est relié uniquement à la taille du capteur et à la focale de la lentille.



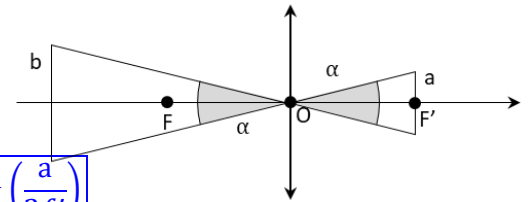
Relation entre l'angle de champ et la focale de la lentille :

On appelle **angle de champ** α l'angle que veut capter l'appareil photo. Il est relié uniquement à la taille du capteur et à la focale de la lentille.

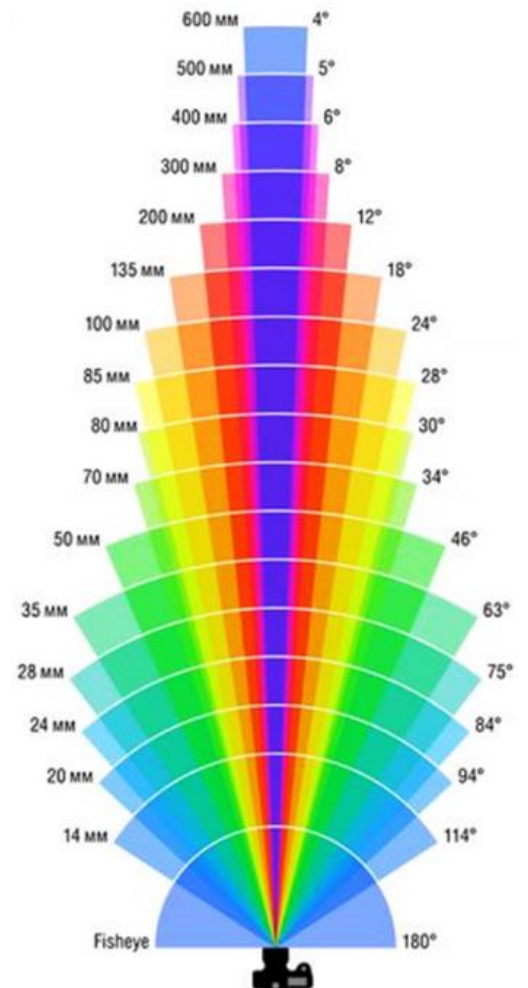
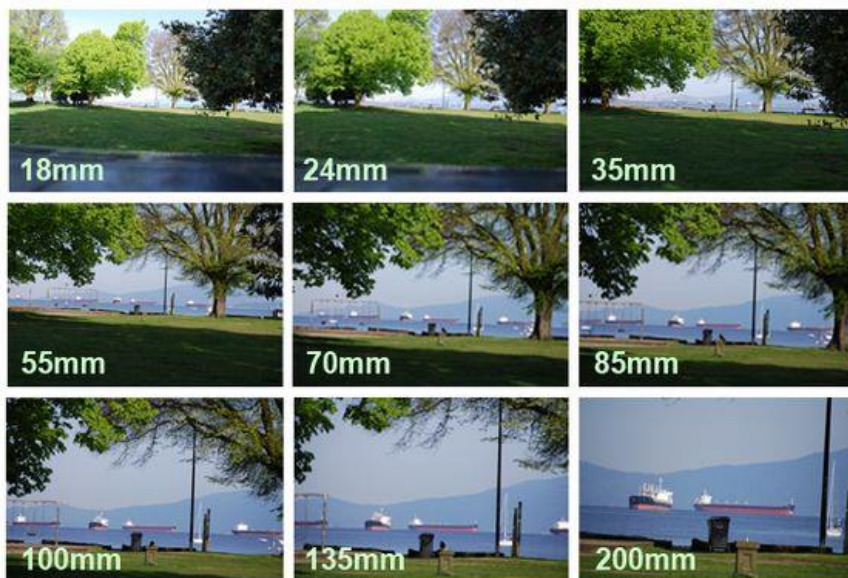
Notons a la diagonale du capteur

On a :

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{a/2}{f'} \Rightarrow \alpha = 2 \tan^{-1}\left(\frac{a}{2f'}\right)$$



Les objectifs standards du commerce ont une focale $f' = 50$ mm, correspondant à un angle de champ de 46° , équivalent à celui de l'œil humain.



b) Durée d'exposition

L'obturateur situé devant le capteur de l'appareil photo s'ouvre plus ou moins longtemps, déterminant ainsi le **temps de pose** ou **durée d'exposition** (noté T) correspondant au temps durant lequel le capteur va recevoir de la lumière.

En photographie, le temps de pose s'exprime généralement en secondes ou fractions de seconde. Un long temps de pose permet d'exposer longtemps la surface du capteur, ce qui est utile pour les scènes peu lumineuses.

Les valeurs habituelles trouvées sur les appareils numériques sont les suivantes :

T (s)	1/4000	1/2000	1/1000	1/500	1/250	1/125	1/60	1/30	1/15	1/8	1/4	1/2	1	2
--------------	--------	--------	--------	-------	-------	-------	------	------	------	-----	-----	-----	---	---

Le temps de pose joue un rôle important lorsque l'objet à photographier se déplace. Un temps de pose court fige le sujet : on ne peut distinguer s'il est en mouvement ou non. Un faible temps de pose long va créer une image floue, suggérant à l'œil un mouvement.



T = 1/320 s



T = 1/15 s

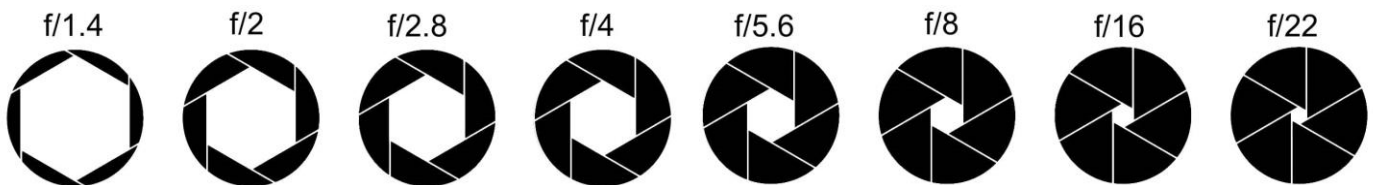
c) Ouverture du diaphragme

Problème : plus le temps de pose est court, plus la quantité de lumière reçue est faible, et inversement. Il faut donc un autre paramètre permettant de contrôler la quantité de lumière reçue par le capteur. C'est le rôle du diaphragme.

On exprime généralement le diamètre D du diaphragme comme une fraction de la focale de la lentille :

$$D = \frac{f'}{NO}$$

où NO s'appelle le **nombre d'ouverture**.



f/4

f/5,6

f/8

f/11

f/16

Il est possible de montrer que l'énergie lumineuse \mathcal{E} reçue par le capteur est proportionnelle à :

$$\mathcal{E} \propto \frac{T}{NO^2}$$

Application :

Soit une photo prise avec les réglages suivants : $NO_1 = 5,6$ et $T_1 = 1/250$.

Un photographe souhaite reproduire la même photographie avec $NO_2 = 11$. Quel doit être le temps de pose pour avoir la même quantité de lumière ?

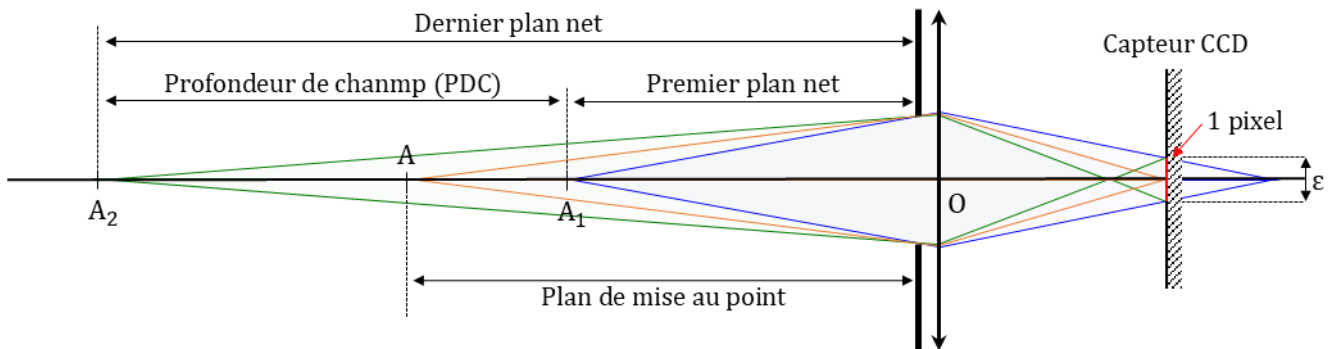
Pour garder la luminosité constante mais avec un temps d'exposition deux fois plus court, il faut diviser NO par $\sqrt{2}$.

III.3 - Profondeur de champ

Définition :

*On appelle **profondeur de champ (PDC)** la distance entre le premier et le dernier plan net.*

Rappel : *pour voir un point net, le capteur doit réaliser un stigmatisme approché. Il faut donc que la « tâche » est une taille inférieure à la taille d'un pixel.*



On peut montrer que (à ne pas connaître) :

$$PDC = A_1A_2 \approx 2 \frac{\epsilon OA^2 NO}{f'^2}$$

Ainsi, plus NO est grand (ie. plus le diaphragme est fermé), plus la profondeur de champ augmente, et inversement.

