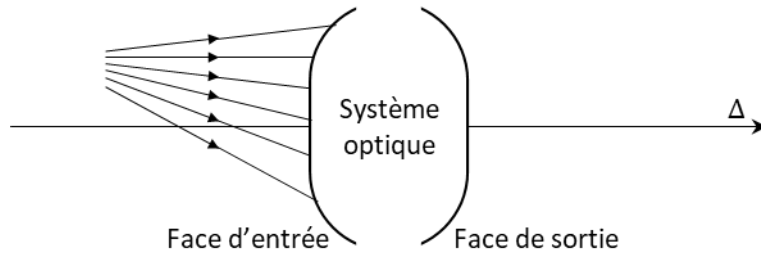




## I - Définitions

### I.1 - Systèmes centrés

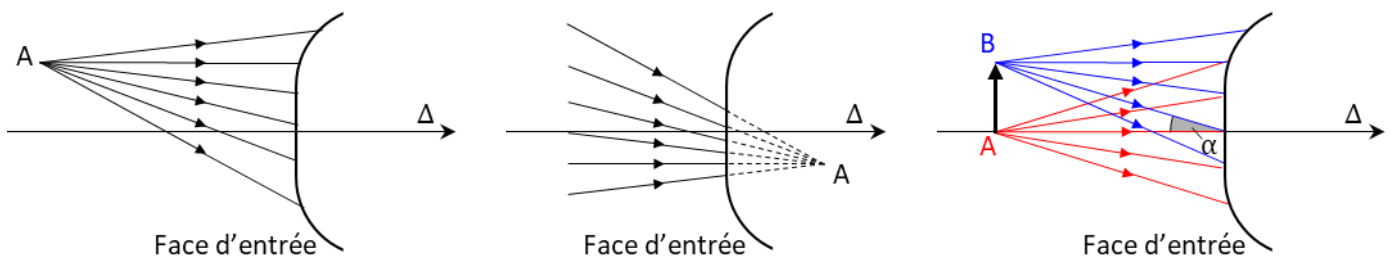
Un système optique dit **centré** s'il possède un axe de révolution, appelé **axe optique** et noté  $\Delta$ . L'axe optique est toujours orienté et indique le sens de propagation de la lumière incidente.



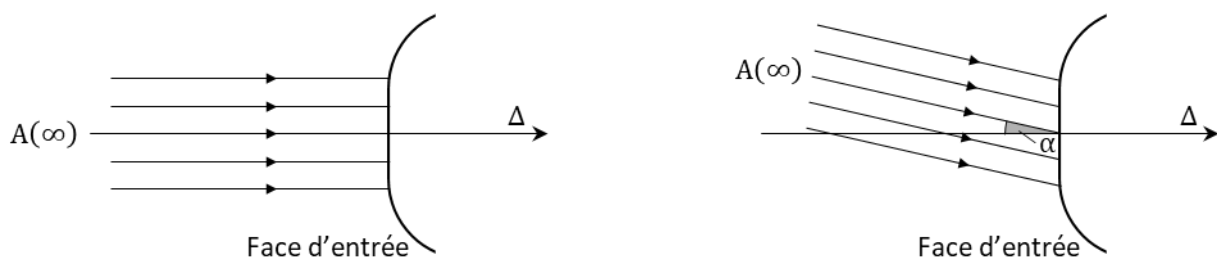
### I.2 - Objets

Vocabulaire :

- Un **point objet**  $A$  est un point où se croisent (ou semblent se croiser, en prolongeant les rayons) les rayons lumineux incidents.
- Un ensemble de points objets forme un **objet**. Les grandeurs pertinentes qui le caractérisent sont sa taille ( $AB$ ) et l'angle  $\alpha$  sous lequel est vu l'objet par le système optique.
- Un objet est dit **réel** lorsqu'il se trouve avant la face d'entrée du système optique. Un tel objet peut être manipulé expérimentalement.
- Un objet est dit **virtuel** lorsqu'il se trouve après la face d'entrée du système optique. Un tel objet ne peut pas être manipulé expérimentalement.



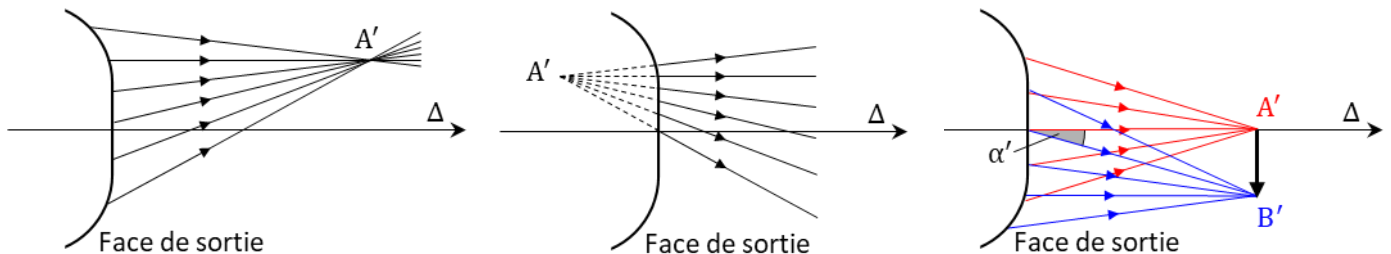
- Un objet est **à l'infini** lorsque tous les rayons lumineux issus de cet objet arrivent sur la face d'entrée parallèles entre eux. Dans ce cas, la taille de l'objet n'a plus d'importance et seul l'angle  $\alpha$  sous lequel il est vu compte. Si  $\alpha = 0$ , l'objet se trouve sur l'axe optique. Si  $\alpha \neq 0$ , l'objet se trouve hors de l'axe optique.



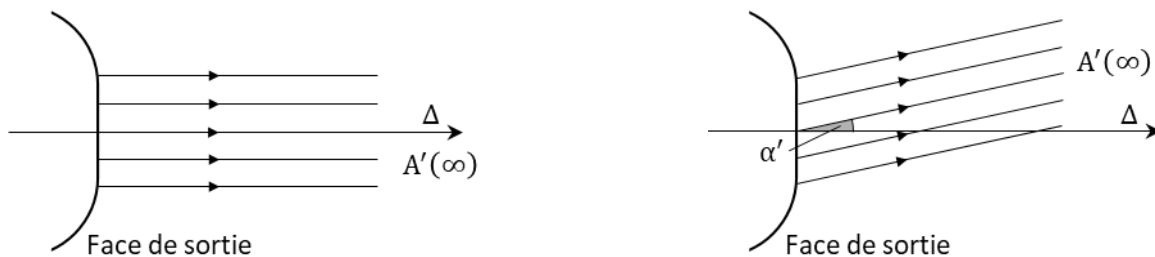
## I.3 - Images

### Vocabulaire :

- Un **point image**  $A'$  est un point où se croisent (ou semblent se croiser, en prolongeant les rayons) les rayons lumineux émergents.
- Un ensemble de points images forme une **image**. Les grandeurs pertinentes qui la caractérisent sont sa taille ( $A'B'$ ) et l'angle  $\alpha'$  sous lequel est vue l'image par le système optique.
- Une image est dite **réelle** lorsqu'elle se trouve après la face de sortie du système optique. Une telle image peut être observée sur un écran.



- Une image est dite **virtuelle** lorsqu'elle se trouve avant la face de sortie du système optique. Une telle image ne peut pas être observée sur un écran.
- Une image est dite **à l'infini** lorsque tous les rayons lumineux émergent de la face de sortie parallèles entre eux. Dans ce cas, la taille de l'image n'a plus d'importance et seul l'angle  $\alpha$  sous lequel elle est vue compte. Si  $\alpha' = 0$ , l'image se trouve sur l'axe optique. Si  $\alpha' \neq 0$ , l'image se trouve hors de l'axe optique.

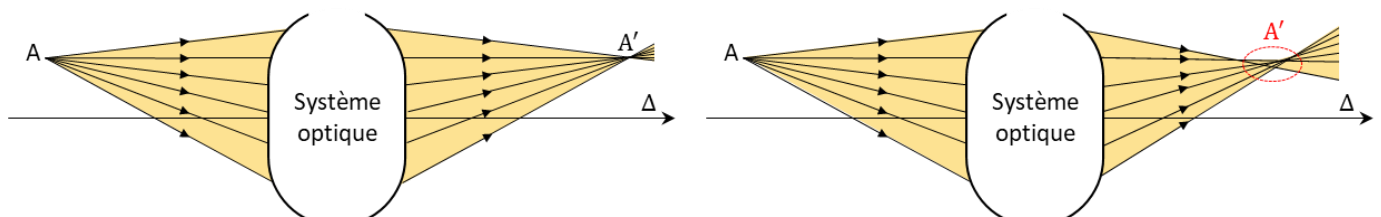


## II - Approximation de Gauss

### II.1 - Stigmatisme et aplanétisme rigoureux

#### Définition :

Un système optique  $\mathcal{S}$  est dit **rigoureusement stigmatique** pour deux points  $A$  et  $A'$  si tous les rayons issus de  $A$  passent par  $A'$  après avoir traversé  $\mathcal{S}$ .



Système rigoureusement stigmatique pour  $(A, A')$

Système non stigmatique

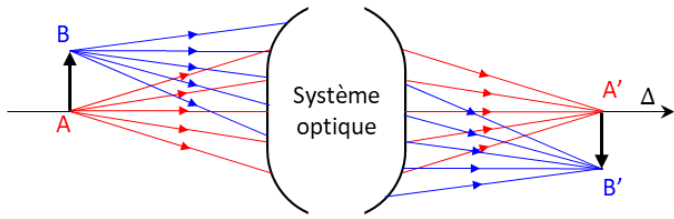
#### Remarque :

Un système n'est pas nécessairement rigoureusement stigmatique « dans l'absolu ». Il peut l'être pour certains couples de points  $(A, A')$  et pas pour d'autres.

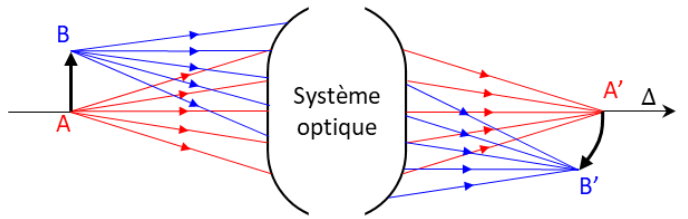
Définition :

Soit A un point objet sur l'axe optique  $\Delta$  et B un point objet proche de A tel que  $(AB) \perp \Delta$ .

Un système optique  $\mathcal{S}$  est dit **rigoureusement aplanétique** pour deux points A et A' lorsqu'il est rigoureusement stigmatique pour les couples de points  $(A, A')$  et  $(B, B')$ , et que  $(A'B') \perp \Delta$ .



**Système rigoureusement aplanétique pour  $(A, A')$**



**Système non aplanétique**

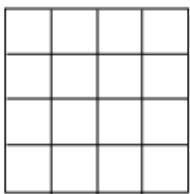
Conséquences :

- Non-stigmatique  $\Rightarrow$  les points objets deviennent des tâches images  $\Rightarrow$  sensation de flou.
- Non aplanétisme  $\Rightarrow$  les angles ne sont pas conservés  $\Rightarrow$  distorsion des images (coussinet ou barillet)

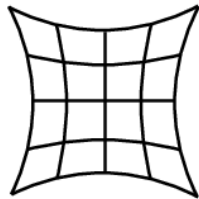
Dans les deux cas, on parle d'**aberrations géométriques**.

Illustration :

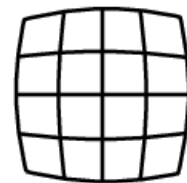
**Objet : grille**



**Image : déformation en coussinet**



**Image : déformation en barillet**



## II.2 - Stigmatisme approché

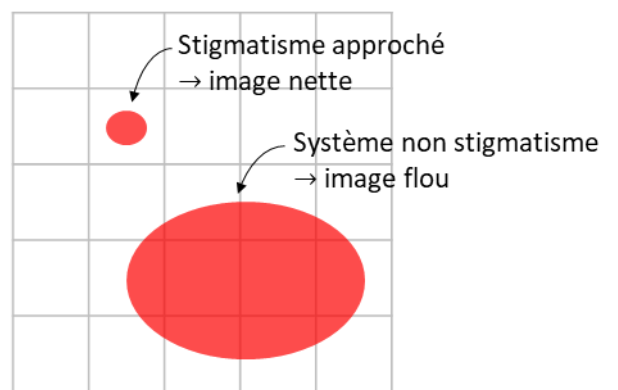
Tout détecteur est composé d'unités élémentaires (pixels pour un capteur CCD, bâtonnets pour l'œil, etc.) de taille caractéristique notée  $a$ .

Si l'image d'un point objet est une tâche de taille  $[d \lesssim a]$ , alors l'image reste de la meilleure qualité possible pour ce détecteur. On dit que le système réalise un **stigmatisme approché**.

Remarque :

Il est également possible de définir une notion d'aplanétisme approché (HP) mais elle est mathématiquement difficile à définir.

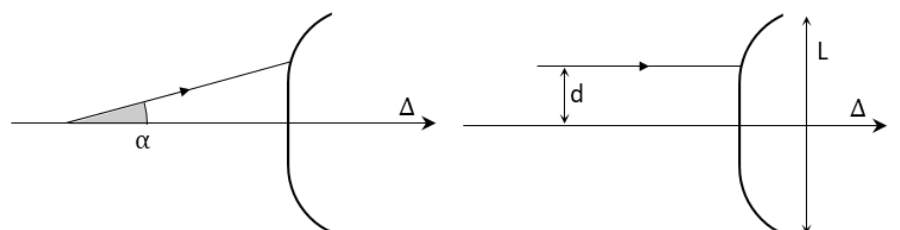
Détecteur numérique  $5 \times 5$  pixels



## II.3 - Conditions de Gauss

Pour obtenir un stigmatisme et un aplanétisme approchés, il faut travailler dans les **conditions de Gauss** :

- Les rayons lumineux sont peu éloignés de l'axe optique.
- Les rayons lumineux font des angles faibles avec l'axe optique (rayons paraxiaux).



$\alpha \ll 1 \text{ rad}$

$d \ll L$

Dans ces conditions, on pourra utiliser l'approximation des petits angles :

- $\sin(\alpha) \simeq \tan(\alpha) \simeq \alpha$  approximation à l'ordre 1
- $\cos(\alpha) \simeq 1$  approximation à l'ordre 1 ; ou  $\cos(\alpha) \simeq 1 - \frac{\alpha^2}{2}$  à l'ordre 2.

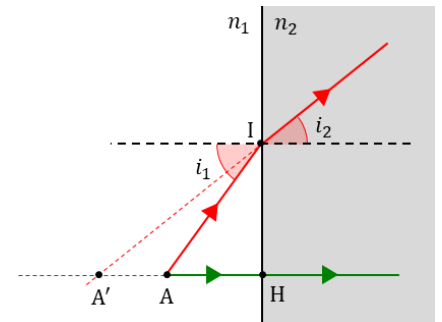
## II.4 - Application : le dioptre plan

Exercice :

Trouver l'image d'un point objet A à travers un dioptre plan (parfaitement non réfléchissant).

Méthode :

Trouver une image A', il faut prendre 2 rayons issus en A et trouver leur intersection A' après qu'ils aient traversé le système optique (éventuellement en les prolongeant).



Résolution :

On constate que A' est une image virtuelle.

Déterminons la position du point A'. Dans AIH et A'IH, on a :

$$\tan(i_1) = \frac{IH}{AH} \quad \text{et} \quad \tan(i_2) = \frac{IH}{A'H}$$

Ainsi,

$$AH \tan(i_1) = A'H \tan(i_2) \Rightarrow A'H = AH \frac{\tan(i_1)}{\tan(i_2)}$$

La position de A' dépend de  $i_1$ , donc du rayon choisi. On en déduit que tous les rayons issus de A ne convergent pas au même point.

⇒ Le dioptre plan n'est pas rigoureusement stigmatique.

Plaçons-nous dans les conditions de Gauss. On a donc :

$$A'H \simeq AH \frac{i_1}{i_2} \quad \text{et} \quad n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2) \Rightarrow n_1 i_1 = n_2 i_2$$

Ainsi,

$$A'H = AH \frac{n_2}{n_1}$$

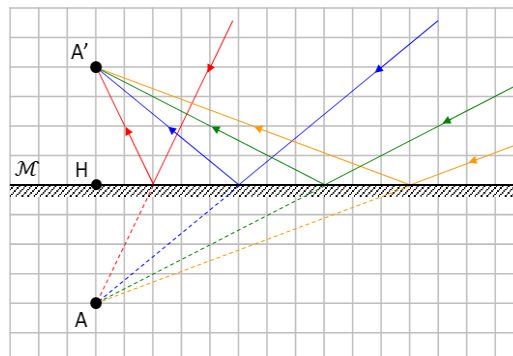
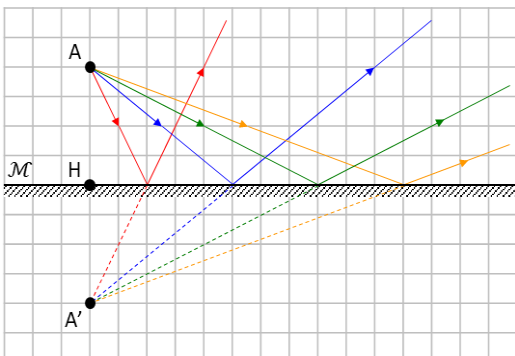
La position de A' est indépendante de l'angle  $i_1$  choisi.

⇒ Dans les conditions de Gauss, le dioptre plan réalise un stigmatisme approché.

## III - Miroir plan

### III.1 - Construction d'une image

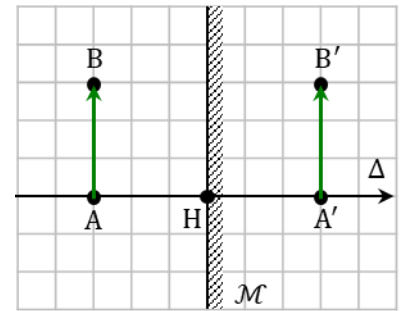
Objectif : Trouver l'image A' d'un point objet A à travers un miroir. On note :  $A \xrightarrow{\mathcal{M}} A'$



On constate que tous les rayons émergents semblent provenir d'un même point  $A'$ , symétrique de  $A$  par rapport au miroir.

⇒ Le miroir plan est **rigoureusement stigmatique**.

Soit un point  $B$  proche de  $A$  tel que  $(AB) \perp (AH)$ . On constate que le miroir est **rigoureusement aplanétique**.



Méthode :

Pour tracer les RL issus d'un point objet  $A$  et réfléchis par un miroir plan on trace  $A'$ , symétrique de  $A$  par rapport au miroir. Tous les rayons réfléchis passent (ou semblent passer) par  $A'$ .

### III.2 - Relation de conjugaison et de grandissement

Définitions :

Une **relation de conjugaison** est une relation entre les positions de  $A$  et  $A'$ .

On appelle **grandissement** la grandeur :  $\gamma = \frac{A'B'}{AB}$ . Si  $\gamma > 0$ , l'image est droite (dans le même sens que l'objet), sinon elle est inversée. Si  $|\gamma| > 1$ , l'image est agrandie, sinon elle est rétrécie.

Propriété :

En optique géométrique, on note avec une barre les distances algébriques (distances pouvant être positives ou négatives). Il s'agit simplement de « vecteur à une dimension ».

$$\overline{AB} = -\overline{BA}$$

$$\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC}$$

#### Pour le miroir plan

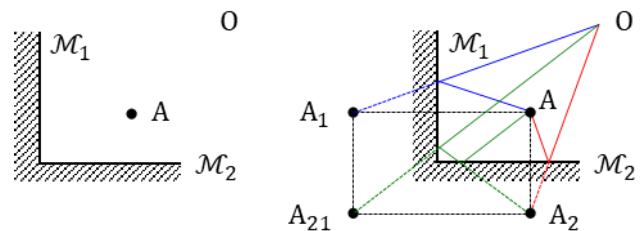
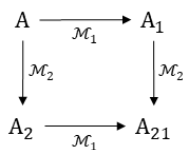
Relation de conjugaison :  $\overline{HA} = -\overline{HA'}$

Grandissement :  $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = 1$

### III.3 - Application : miroir un coin

Exercice :

On considère un miroir en coin et un point objet  $A$ . Tracer toutes les images vues par un observateur placé en  $O$ .



## IV - Lentilles minces

### IV.1 - Définitions

Définition :

Une **lentille** est un système optique centré délimité par deux dioptries sphériques de sommets  $S_1$  et  $S_2$ .

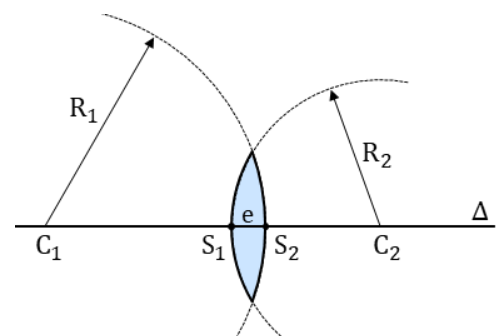
Remarque : Un dioptrite plan est un dioptrite sphérique où  $R \rightarrow +\infty$ .

Définition :

La lentille est dite mince lorsque :

$$e \ll R_1 \text{ et } R_2$$

$$e \ll |R_1 - R_2|$$



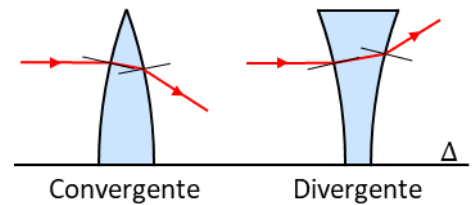
Dans ce cas,  $S_1$  et  $S_2$  sont quasiment confondu avec  $O$ , le **centre optique** de la lentille ( $S_1 = S_2 = O$ ).

### Propriété :

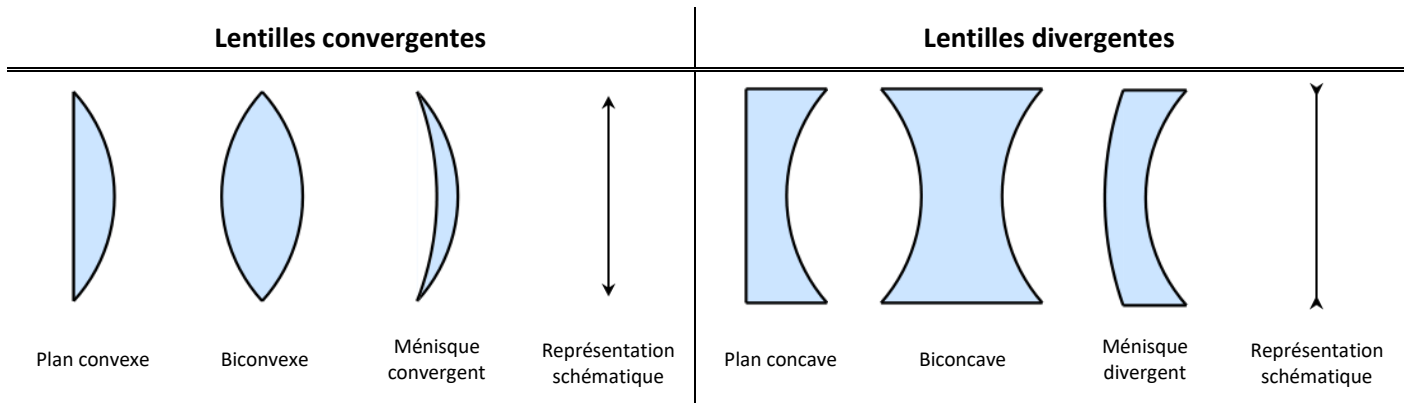
Lorsqu'il traverse une lentille, un rayon lumineux subit une double réfraction.

Une lentille **convergente** est plus épaisse au centre que sur les bords. Elle dévie les rayons lumineux vers l'axe optique.

Une lentille **divergente** est plus épaisse sur les bords qu'au centre. Elle dévie les rayons lumineux loin de l'axe optique.



### Exemples :



## IV.2 - Propriétés

**ATTENTION !** Une lentille n'est pas rigoureusement stigmatique. Pour avoir un stigmatisme et un aplanétisme approché, il faut impérativement se placer dans les conditions de Gauss.

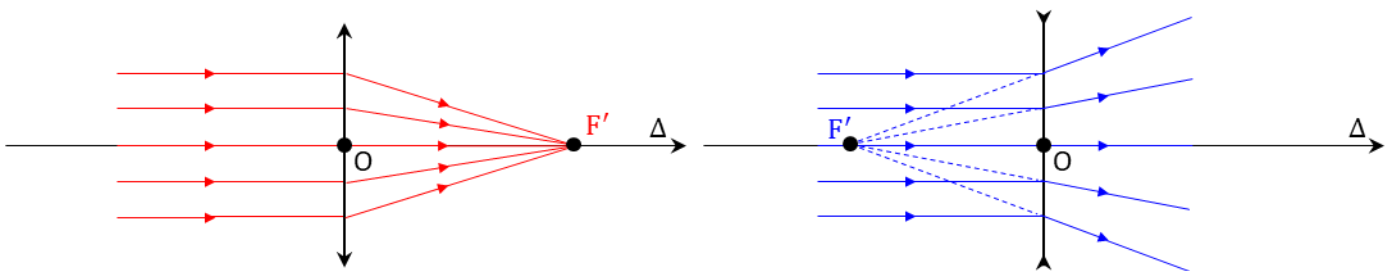
### Propriétés remarquables :

- Le **centre optique**  $O$  est le point de la lentille sur l'axe optique. Tout rayon passant par  $O$  n'est pas dévié.

$$O \xrightarrow{L} O$$

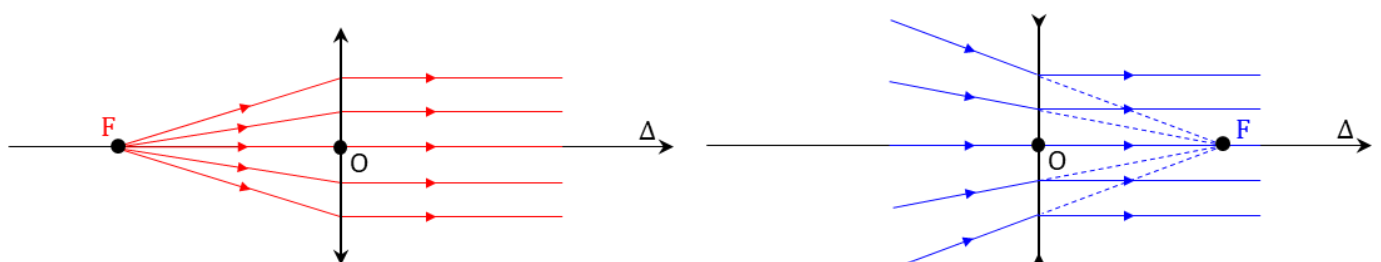
- Le **foyer principal image / point focal image**  $F'$  est le point image situé sur l'axe optique de la lentille, dont le point objet conjugué est situé à l'infini sur l'axe optique. Tout rayon incident parallèle à l'axe optique émerge de la lentille en passant par  $F'$ .

$$A(-\infty \text{ sur } \Delta) \xrightarrow{L} F'$$



- Le **foyer principal objet / point focal objet**  $F$  est le point objet situé sur l'axe optique de la lentille, dont le point image conjugué est situé à l'infini sur l'axe optique. Tout rayon incident passant par  $F$  émerge de la lentille parallèlement à l'axe optique.

$$F \xrightarrow{L} A'(+\infty \text{ sur } \Delta)$$



Remarque :

Le principe de retour inverse de la lumière permet d'affirmer que F est le symétrique de F' par rapport à O.

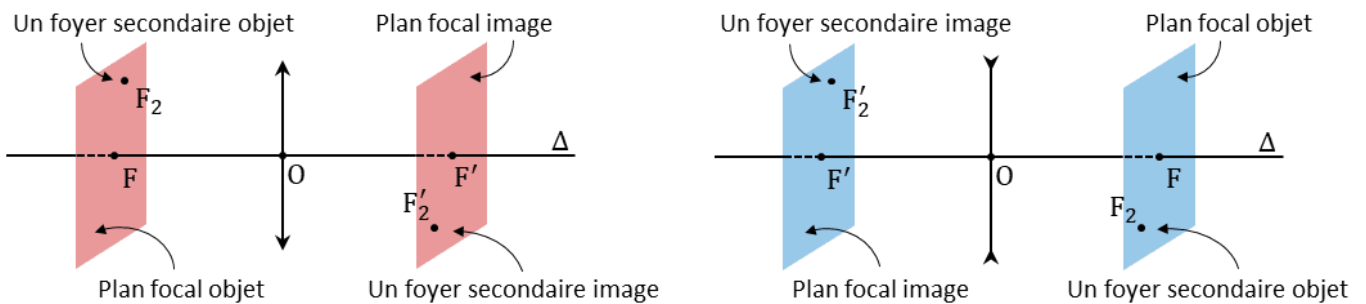
$$\overline{OF} = -\overline{OF'}$$

- Le **plan focal image** est le plan passant par F' et perpendiculaire à l'axe optique. Tout point de ce plan est un **foyer secondaire image** F'\_2 dont le point objet conjugué est situé à l'infini en dehors de l'axe optique. Tout faisceau de lumière parallèle converge incident converge en un foyer secondaire image.

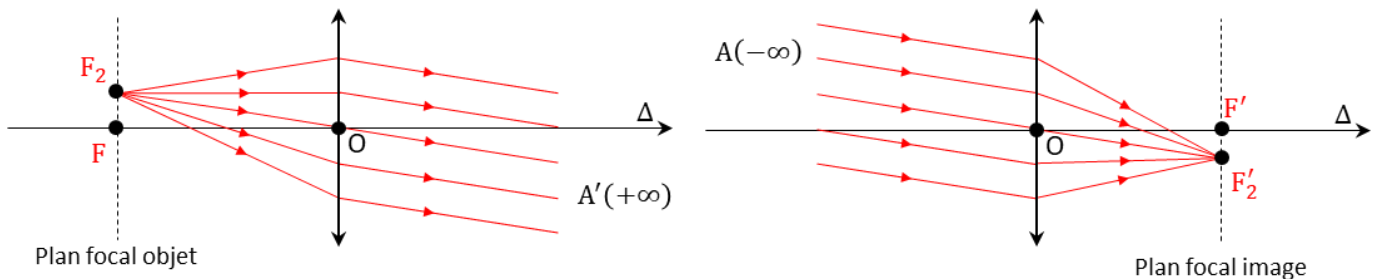
$$A(-\infty \text{ hors } \Delta) \xrightarrow{\mathcal{L}} F'_2$$

- Le **plan focal objet** est le plan passant par F et perpendiculaire à l'axe optique. Tout point de ce plan est un **foyer secondaire objet** F\_2 dont le point image conjugué est situé à l'infini en dehors de l'axe optique. Tout faisceau incident issu d'un foyer secondaire objet émerge en un faisceau parallèle.

$$F_2 \xrightarrow{\mathcal{L}} A'(+\infty \text{ hors } \Delta)$$



Exemple de la lentille convergente :



- La distance focale f' est la distance algébrique entre O et F'.

$$f' = \overline{OF'} = -\overline{OF}$$

Pour une lentille convergente : f' > 0. Pour une lentille divergente : f' < 0.

- La **vergence** V d'une lentille est l'inverse de sa distance focale. Elle s'exprime en **dioptrie** (δ = m<sup>-1</sup>) :

$$V = \frac{1}{f'}$$

### IV.3 - Construction d'une image

Objectif : construire l'image A'B' d'un objet AB.

$$AB \xrightarrow{\mathcal{L}} A'B'$$

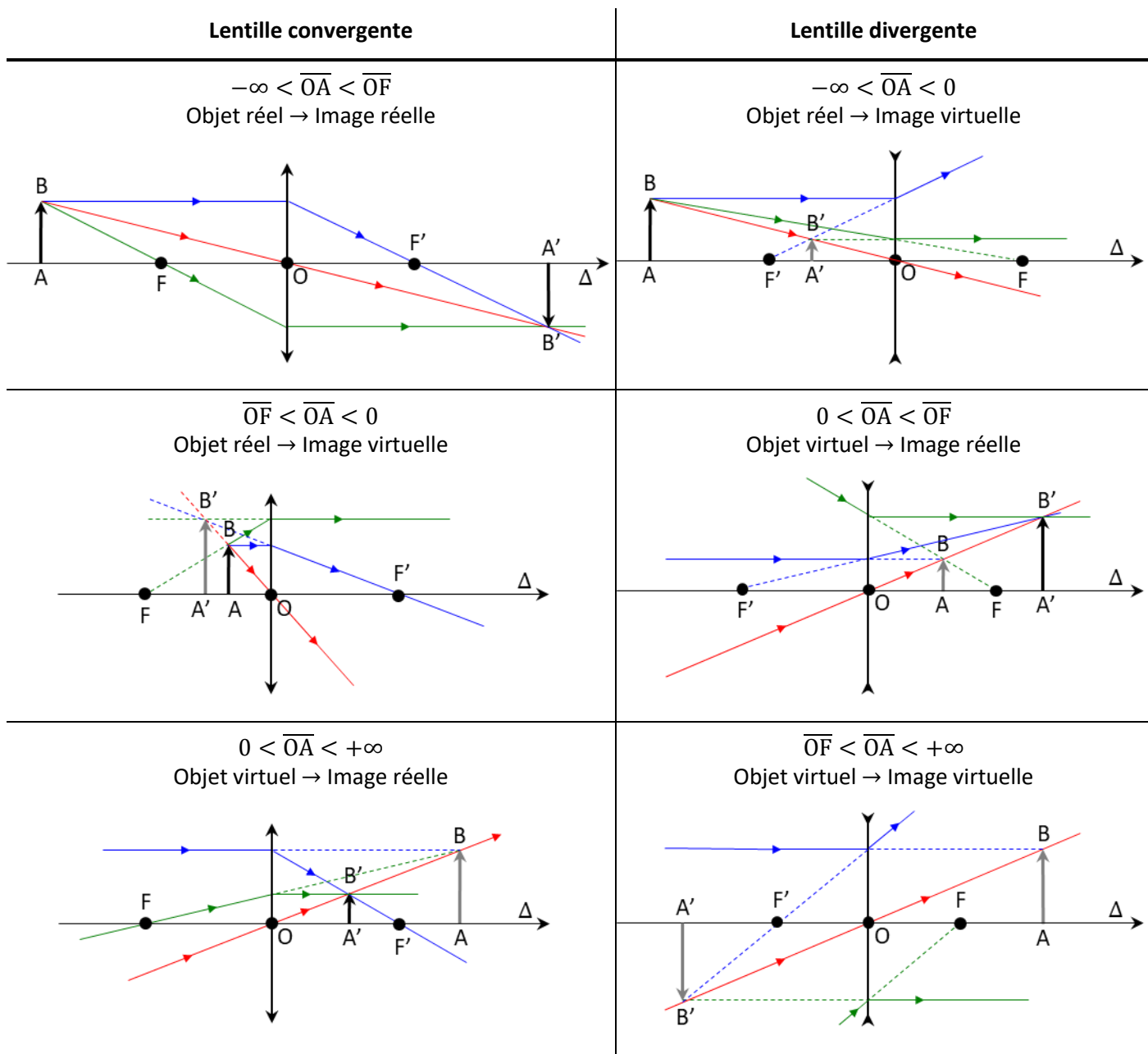
Méthode :

- (1) Construire B' à l'aide deux des trois rayons suivants :

- Le rayon passant par B et O n'est pas dévié.
- Le rayon passant par B et F émerge parallèle à Δ.
- Le rayon parallèle à Δ et passant par B émerge en passant par F'.

- (2) Construire A', projeté orthogonal de B' sur l'axe optique (→ aplanétisme)

Application (tous les cas possibles) :



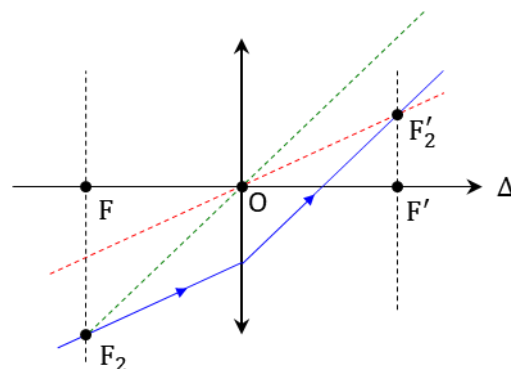
#### IV.4 - Prolongement d'un rayon quelconque

Objectif : prolonger un rayon quelconque arrivant sur une lentille.

Deux méthodes :

(1) Construire le rayon parallèle passant par O. Les deux rayons se croisent dans le plan focal image, en  $F'_2$ .

(2) Tracer le rayon passant par  $F_2$  (intersection du rayon incident et du plan focal objet) et O. Les deux rayons émergent parallèles entre eux.



## IV.5 - Relation de conjugaison et de grandissement

Relation de conjugaison et de grandissement de Descartes (origine au centre optique) :

$$\boxed{\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}} \quad \boxed{\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}}$$

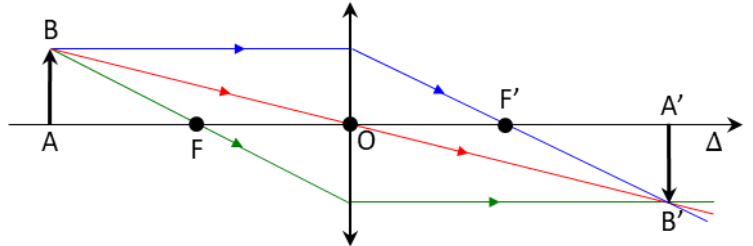
Relation de conjugaison et de grandissement de Newton (origines aux foyers) :

$$\boxed{\overline{FA} \times \overline{F'A'} = -f'^2} \quad \boxed{\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{f'}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{F'A'}}{f'}}$$

Exemple de démonstration :

Démontrons que :  $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$ .

$$\tan(\alpha) = \frac{\overline{AB}}{-\overline{OA}} = \frac{-\overline{A'B'}}{\overline{OA'}} \Rightarrow \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$



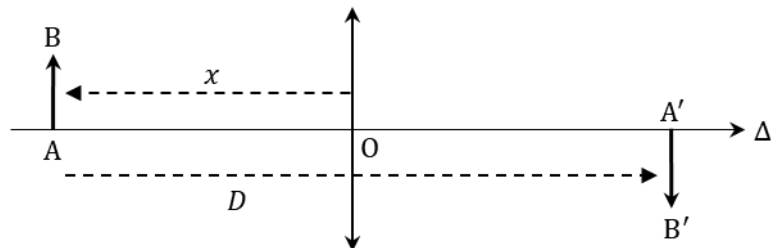
## IV.6 - Condition de formation d'une image réelle par une lentille convergente

Objectif :

Établir une condition assurant la formation d'une **image réelle** d'un **objet réel** par une **lentille convergente**.

On note :

$$x = \overline{OA} < 0 \quad \text{et} \quad D = \overline{AA'} > 0$$



Relation de conjugaison de Descartes :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \Leftrightarrow \frac{1}{\overline{OA} + \overline{AA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \Leftrightarrow \frac{1}{D+x} - \frac{1}{x} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f'x - f'(D+x) = x(D+x)$$

On en déduit :

$$\boxed{x^2 + Dx + f'D = 0}$$

Nous voulons des solutions réelles. Il faut donc que :

$$\Delta = D^2 - 4f'D \geq 0 \Rightarrow \boxed{D \geq 4f'}$$

Conclusion : L'encombrement du dispositif doit être supérieur à 4 fois la distance focale.

Remarque :

Si  $D > 4f'$ , il existe deux positions pour l'objet donnant une image à un endroit donné.

$$x_{\pm} = \frac{1}{2}(-D \pm \sqrt{\Delta}) = \frac{D}{2} \left( -1 \pm \sqrt{1 - \frac{4f'}{D}} \right) < 0$$