Optique géométrique | Chapitre 1 | Cours

O1 · Fondements de l'optique géométrique

La lumière intrigue les scientifiques depuis l'antiquité.

- **Descartes** (1637) et **Snell** (1621) démontrent indépendamment l'importance du milieu de propagation.
- **Rømer** (1676) estime expérimentalement $c = 2{,}2 \times 10^8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.
- **Newton** (1675), à l'aide d'un prisme, parvient à décomposer la lumière et obtient le **spectre** de la lumière blanche.
- XVIII^{e} siècle : débat sur la nature de la lumière : Newton → **corpuscule** ; Huygens → **onde**. La théorie de Newton est adoptée.
- **Young** et **Fresnel** (1800) produisent des **interférences lumineuses**, démontrant que la lumière est une **onde.**
- **Maxwell** (1865) montre que la lumière est une **onde électromagnétique** ($\lambda_{\text{visible}} \in [400\ \mathrm{nm}, 750\ \mathrm{nm}]$) se déplaçant à $c = 3{,}0 \times 10^8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ quel que soit le référentiel d'étude (propriété rejetée par la communauté, y compris Maxwell).
- **Einstein** (1905) suppose que c est constant et fonde la relativité restreinte.
- **Einstein** (1905) suppose que la lumière est faite de **corpuscules** pour expliquer l'**effet photoélectrique**, ouvrant la porte à l'émergence de la mécanique quantique.

I - Sources lumineuses

I.1 - Spectre d'une lumière

a) Définition

<u>Définition</u> : Le **spectre** d'un signal est la décomposition de ce signal en l'ensemble des fréquences qui le compose.

<u>Propriété</u> : Chaque fréquence est interprétée par le cerveau humain comme une couleur différente.

<u>Définition</u> : La **fréquence** d'une onde électromagnétique et sa **longueur d'onde dans le vide** sont reliées par :

$$\boxed{\lambda_0 = \frac{c}{\nu}}$$

Avec : $c = 3{,}00 \cdot 10^8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ la vitesse de la lumière dans le vide.

Il y a donc équivalence entre :

- la fréquence ν de l'onde lumineuse ;
- sa longueur d'onde dans le vide λ_0 ;
- la couleur perçue par un humain.

Par habitude, on représente le spectre d'une source lumineuse en fonction de λ_0, et non en fonction de ν. Il existe deux types de spectre : les **spectres continus** et les **spectres discrets**.

b) Spectre continu

<u>Propriétés</u> :

Tout corps chauffé à une température T émet une onde électromagnétique.

La courbe $\mathrm{I}(\lambda_0)$ (intensité en fonction de la longueur d'onde) est une courbe en cloche. Notons $(\lambda_{\max}, \mathrm{I}_{\max})$ les coordonnées du maximum. Plus T augmente, plus $\mathrm{I}_{\max}$ augmente et plus $\lambda_{\max}$ diminue.

<u>Conséquences</u> :

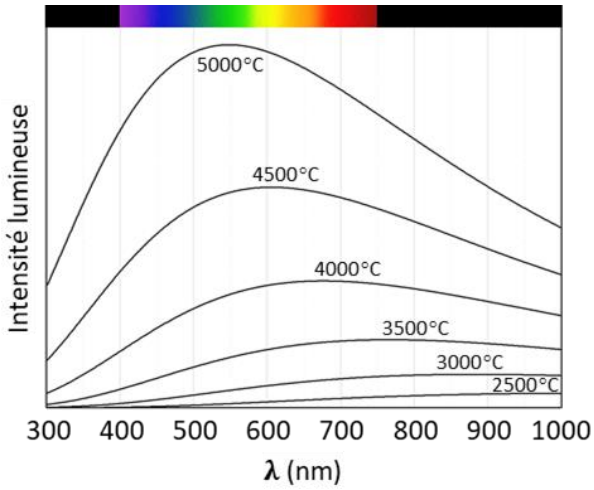
- Plus un corps est chaud, plus il émet de lumière et plus le spectre de cette lumière se décale vers le bleu.
- Il ne peut pas exister d'étoile verte, car un corps où $\lambda_{\max} = 500\ \mathrm{nm}$ (vert) émet également beaucoup de bleu et de rouge, et apparaît donc blanc.

Exemples :

- Si $T \simeq 10\,000\ K$, le corps apparaît bleu.
- Si $T \simeq 500 - 1000\ K$, le corps apparaît rouge.
- Si $T \simeq 37\ °C$, $\lambda_{max} \simeq 9{,}3\ \mu m$. Un être humain émet dans l'infrarouge (→ caméra thermique).
- À $T \simeq 5\,800$ K (cas du soleil), $\lambda_{\max} \simeq 500$ nm. Le soleil émet dans le visible et est vu blanc (depuis l'espace).

Propriété :

Un rayonnement d'origine thermique est toujours **poly-chromatique**.



c) Spectre discret

Dans une **lampe spectrale**, on fournit de l'énergie électrique à un gaz, qu'il restitue sous forme d'énergie lumineuse. Le spectre d'une telle lumière est **discret** : il possède des **raies spectrales**, du fait de la quantification des niveaux d'énergie électroniques des éléments du gaz.

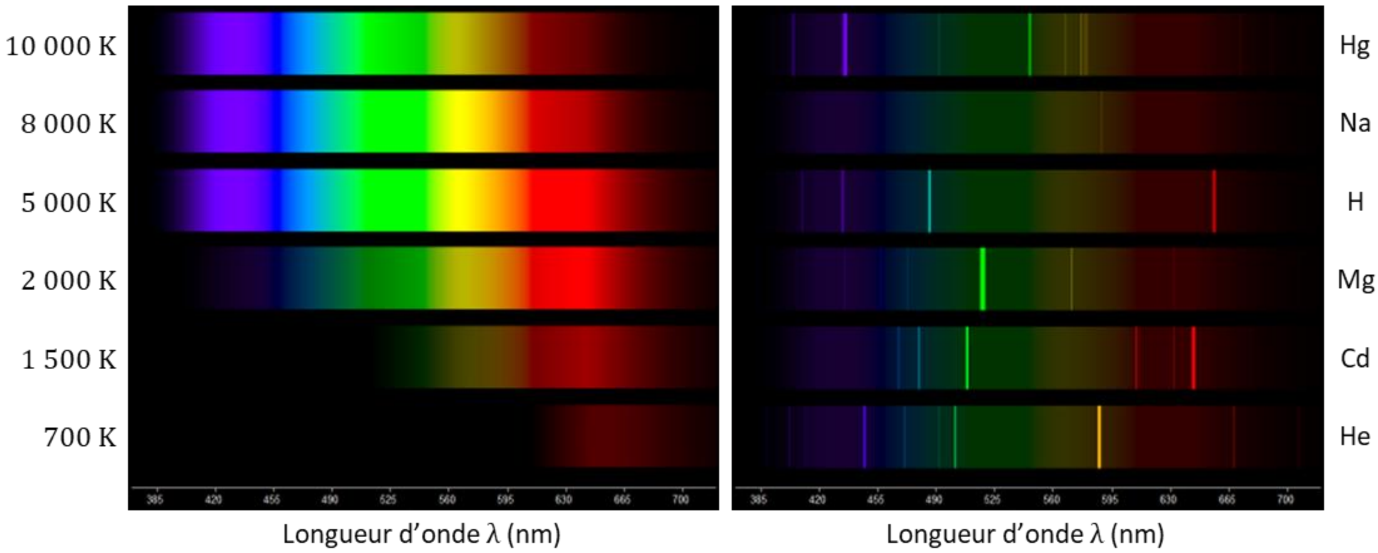
Propriété :

Le spectre d'un élément est **polychromatique** et la position des raies est **caractéristique de l'élément**.

Remarque :

Dans un laser, on filtre de manière très sélective une longueur d'onde d'un spectre de raie. On obtient alors un rayonnement **monochromatique**.

Figure : Spectre continus vs. spectres discrets



I.2 - Modèle de la source ponctuelle monochromatique

Dans tout le cours d'optique, sauf indication du contraire, on suppose que les sources utilisées sont ponctuelles et monochromatiques.

- **Ponctuelle** : la source n'a pas d'extension spatiale ;
- **Monochromatique** : le spectre ne contient qu'une seule longueur d'onde.

Il s'agit d'un modèle théorique : aucune source n'est ponctuelle ou parfaitement monochromatique (les raies spectrales ont toujours une largeur non nulle).

En pratique, un { laser } ou une { source + filtre chromatique + diaphragme } sont des bonnes approximations de la source ponctuelle monochromatique.

II - Milieu de propagation

II.1 - Cas du vide

La lumière est une onde électromagnétique qui se propage dans le vide à la vitesse de $\boxed{c \simeq 3{,}00 \cdot 10^8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}}$.

Fréquence et longueur d'onde dans le vide sont reliées par : $\boxed{\lambda_0 = \frac{c}{\nu}}$.

Couleur approximativement perçue (en nm) :

$$\lambda_0^{\text{violet}} = 400 \qquad \lambda_0^{\text{bleu}} = 450 \qquad \lambda_0^{\text{vert}} = 500 \qquad \lambda_0^{\text{jaune}} = 570 \qquad \lambda_0^{\text{orange}} = 600 \qquad \lambda_0^{\text{rouge}} = 700$$

II.2 - Cas des milieux LTHI

Le cours de première année se limite à l'étude de la propagation de la lumière dans un type particulier de milieux : les milieux transparents, homogènes, isotropes et linéaires (abrégés en MLTHI)

Dans ce cours, nous étudierons exclusivement des milieux linéaires, transparents, homogènes et isotropes (MLTHI)/

- **Linéaire** : la fréquence de l'onde n'est pas modifiée au cours de la propagation.
- **Transparent** : la lumière n'est pas absorbée.
- **Homogène** : les propriétés physiques (température, densité...) du milieu sont les mêmes en tout point du milieu.
- **Isotrope** : les propriétés physiques (indice optique…) du milieu sont les mêmes dans toutes les directions du milieu.

Définitions :

Un MLTHI est caractérisé par son **indice optique** ou **indice de réfraction**, noté n. C'est un nombre sans dimension supérieur à 1, défini comme le rapport de la lumière dans le vide et de la lumière dans le milieu.

$$\boxed{n = \frac{c}{\mathrm{v}} \geq 1}$$

Plus son indice optique est élevé, plus le milieu est dit **réfringent**.

Ordres de grandeur :

- $\mathrm{n_{vide}} = 1{,}00$ ← moins réfringent
- $\mathrm{n_{air}} \simeq 1{,}00$
- $\mathrm{n_{eau}} = 1{,}33$
- $\mathrm{n_{verre}} \simeq 1{,}5$
- $\mathrm{n_{diamant}} \simeq 2{,}4$ ← plus réfringent

Propriété :

La fréquence d'un signal ne change pas entre deux MLTHI. Par conséquent,

$$\nu = \frac{\mathrm{v}}{\lambda} = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{n\,\mathrm{v}}{\lambda_0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\lambda = \frac{\lambda_0}{n} \leq \lambda_0}$$

Rappel :

La couleur d'une lumière est donnée par sa fréquence (ou sa longueur d'onde dans le vide) et non par sa longueur d'onde. Conséquence : un laser rouge ne change pas de couleur lorsqu'il passe de l'air à l'eau.

Définition :

Un milieu est dit **dispersif** lorsque l'indice optique dépend de la fréquence $n(\nu)$.

Remarque :

C'est à l'aide de milieux dispersifs que l'on peut obtenir le spectre d'une lumière. Exemple : le verre (prisme).

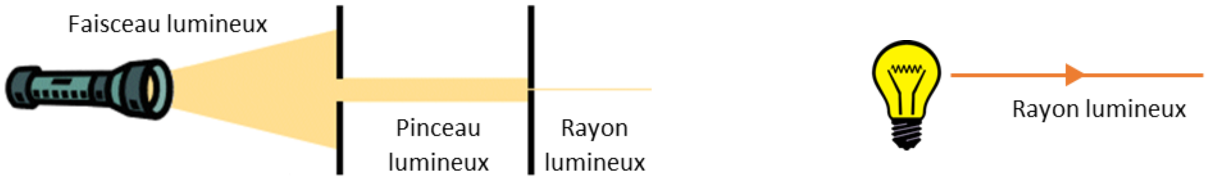
III - Approximation de l’optique géométrique

III.1 - Description du modèle

En **optique géométrique**, la propagation de l’énergie lumineuse est modélisée par un **rayon lumineux**. Il s’agit d’un faisceau de lumière parallèle infiniment fin.

<u>Remarques</u> :

- Il est en réalité impossible d’obtenir un rayon lumineux car lorsque la lumière passe par une fente de taille comparable ou inférieure à la longueur d’onde, elle diffracte (cf. III.2)
- En optique géométrique, les aspects ondulatoires de la lumière peuvent être négligés.



<u>Propriétés</u> :

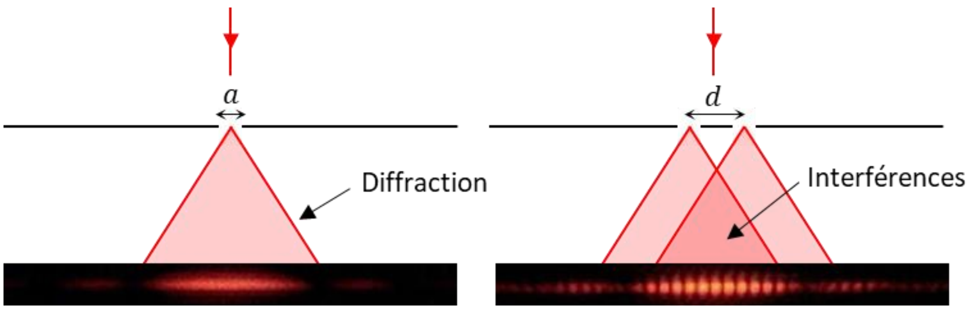
Un rayon lumineux se représente par un **trait orienté** dans le sens de propagation de la lumière. Il vérifie, dans un MTHI, les propriétés suivantes.

- **Propagation rectiligne ▪** Dans un MLTHI, les rayons lumineux se propagent en ligne droite.
- **Indépendance des rayons lumineux ▪** Deux rayons lumineux n’interagissent pas entre eux et se propagent de manière indépendante.
- **Principe du retour inverse de la lumière ▪** Le trajet de la lumière est indépendant du sens de parcours : si un certain chemin reliant un point A à un point B peut être parcouru par un rayon lumineux, alors un rayon lumineux pourra suivre le même chemin pour aller de B à A.

III.2 - Limites du modèle

Limitations du modèle de l’optique géométrique :

- Phénomène de **diffraction** (interaction de la lumière avec des objets de taille $d \lesssim 1000\ \lambda_0$) ⇒ propagation non rectiligne, pas de retour inverse.
- Phénomène d’**interférence** (superposition de deux sources cohérentes) ⇒ non indépendance des rayons lumineux, pas de retour inverse.



- Isolateurs optique (qui exploite la **polarisation** de la lumière, exemple : vitre sans tain) ⇒ pas de retour inverse.

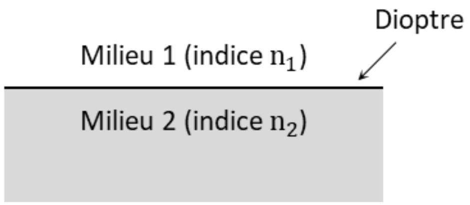
IV - Lois de Snell-Descartes

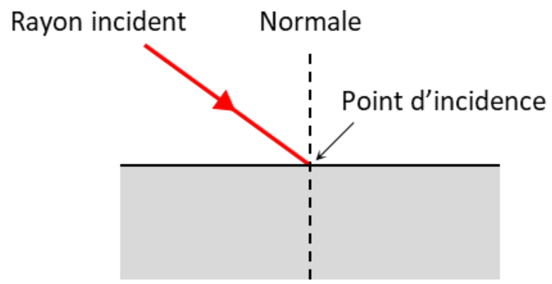
IV.1 - Vocabulaire

On appelle :

- **Dioptre** : l’interface séparant deux milieux
- **Rayon incident** : le rayon arrivant sur un dioptre
- **Point d’incidence** : le point d’intersection entre le rayon incident et le dioptre

- **Normale** : la droite perpendiculaire au dioptre passant par le point d'incidence ;
- **Plan d'incidence**, le plan contenant le rayon incident et la normale (c'est le plan de la feuille).





IV.2 - Énoncé des lois

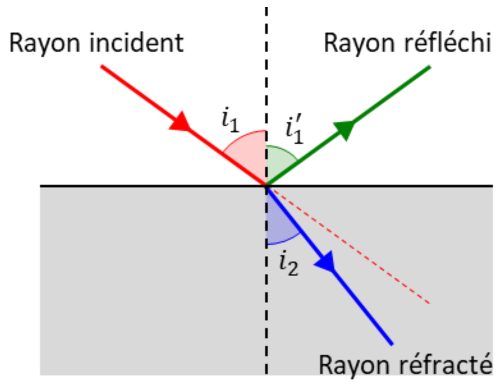
Coplanarité : Les rayons incident, réfléchi et transmis appartiennent au plan d'incidence.

Réflexion : Les angles d'incidence i_1 et de réflexion i_1' sont reliés par la relation : $\boxed{i_1 = i_1'}$

Réfraction : Les angles d'incidence i_1 et de réfraction i_2 sont reliés par la relation : $\boxed{n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)}$

Conséquences :

- Un rayon en incidence normale n'est pas dévié ($i_1 = i_2 = 0$).
- Lors du passage d'un milieu moins réfringent vers un milieu plus réfringent (exemple : air → verre), le rayon réfracté est dévié vers la normale.
- Lors du passage d'un milieu plus réfringent vers un milieu moins réfringent (exemple : verre → air), le rayon réfracté est dévié vers l'interface.



Remarque :

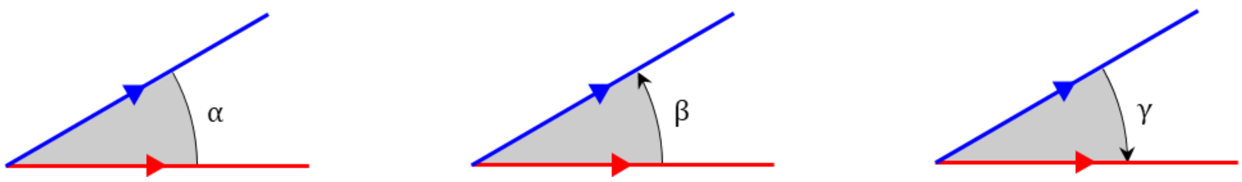
Dans le cas d'un dioptre non-plan, il faut utiliser la tangente au point d'incidence.

IV.3 - Angles orientés

On a défini les lois de Snell-Descartes avec des angles non-orienté (toujours positifs).

Définition :

Un **angle orienté** est un angle dont le dont le signe dépend d'une convention d'orientation. Par convention, il est positif s'il est orienté dans le sens trigonométrique.



Non orienté — Orienté et > 0 — Orienté et < 0

Dans cet exemple : $\alpha = \beta = -\gamma > 0$

Application n°1 :

Écrire les lois de Snell-Descartes avec des angles orientés.

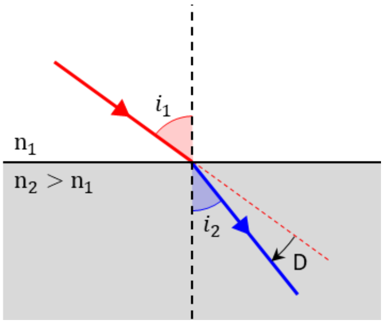
$$\boxed{i_1 = -i_1'} \qquad \text{et} \qquad \boxed{n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)}$$

Définition :

La **déviation** est l'angle orienté entre le rayon incident et un rayon émergent.

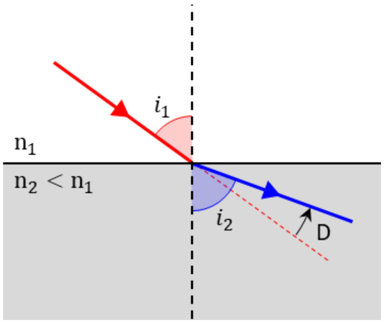
Application n°2 :

Déterminer la déviation pour un rayon transmis à travers un dioptre plan, et pour un rayon réfléchi par un dioptre plan. Préciser leur signe.



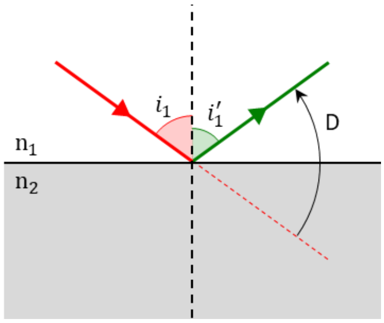
Réfraction avec $n_2 > n_1$

$D = i_2 - i_1 < 0$



Réfraction avec $n_2 > n_1$

$D = i_2 - i_1 > 0$



Réflexion

$D = \pi - 2\, i_1 > 0$

IV.4 - Condition de réflexion totale

On se place dans le cas où $n_1 > n_2$ (le rayon réfracté est dévié vers l'interface).

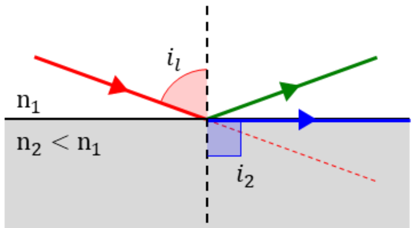
Propriété :

Il existe un **angle d'incidence limite** $i_{1,lim}$ tel que $i_2 = \pi/2$.

Démonstration :

Loi de Snell-Descartes :

$$n_1 \sin(i_{1,lim}) = n_2 \underbrace{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}_{=1} \quad \Rightarrow \quad \boxed{i_{1,lim} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)}$$

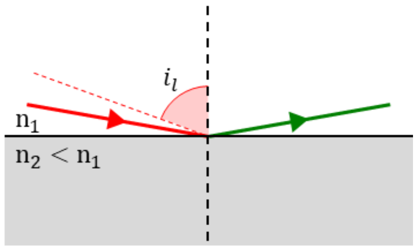


Propriété :

Si $i_1 > i_{1,lim}$, il n'existe pas de rayon réfracter. Le rayon lumineux est entièrement réfléchi. C'est le **phénomène de réflexion totale**.

Démonstration :

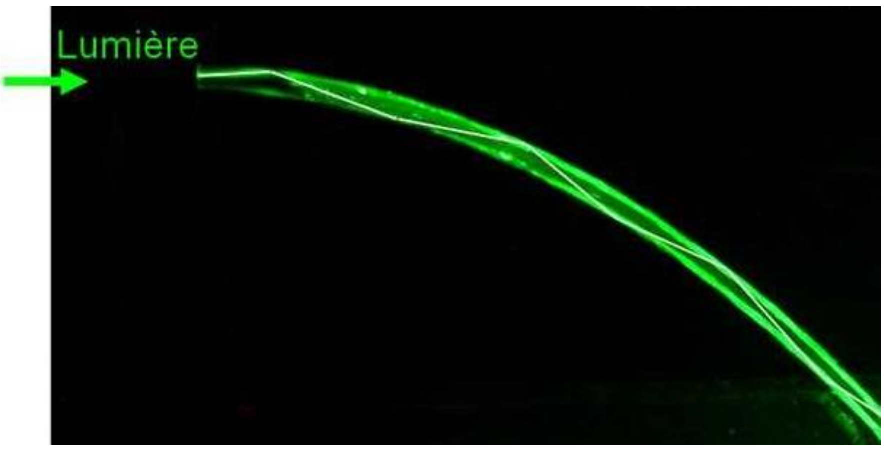
$$i_1 > i_{1,lim} \quad \Rightarrow \quad \sin(i_1) > \sin(i_{1,lim}) \quad \Rightarrow \quad \sin(i_1) > \frac{n_2}{n_1}$$
$$\Rightarrow \quad \frac{n_1}{n_2}\sin(i_1) > 1$$
$$\Rightarrow \quad \sin(i_2) > 1$$



Ce qui est impossible. On en déduit que le rayon réfracté n'existe pas.

Remarque :

Le phénomène de réflexion totale est utilisé dans les fibres optiques pour guider le rayon lumineux.



V - Application : la fibre optique à saut d'indice

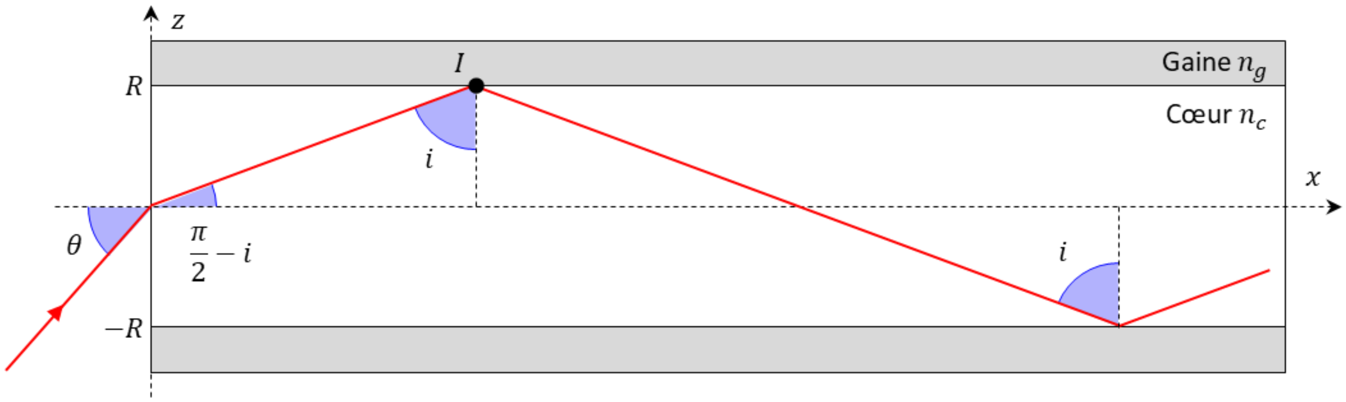
V.1 - Modélisation

Une **fibre optique** permet de **guider** une onde lumineuse sur de grandes distances.

Une fibre optique à **saut d'indice** est constituée de :

- Un cœur d'indice n_c ;
- Une gaine d'indice $n_g < n_c$.

Objectif : Maintenir le rayon lumineux dans le cœur grâce à des réflexions totales aux interfaces cœur / gaine.



V.2 - Cône d'acceptance

Calculons la relation entre i et θ. Au point O :

$$\sin(\theta) = n_c \sin\left(\frac{\pi}{2} - i\right) = n_c \cos(i) = n_c\sqrt{\cos^2(i)} = n_c\sqrt{1 - \sin^2(i)}$$

Pour obtenir une réflexion totale au point I_1, il faut que :

$$i > i_{lim} \quad \text{avec :} \quad n_c \sin(i_{lim}) = n_g \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

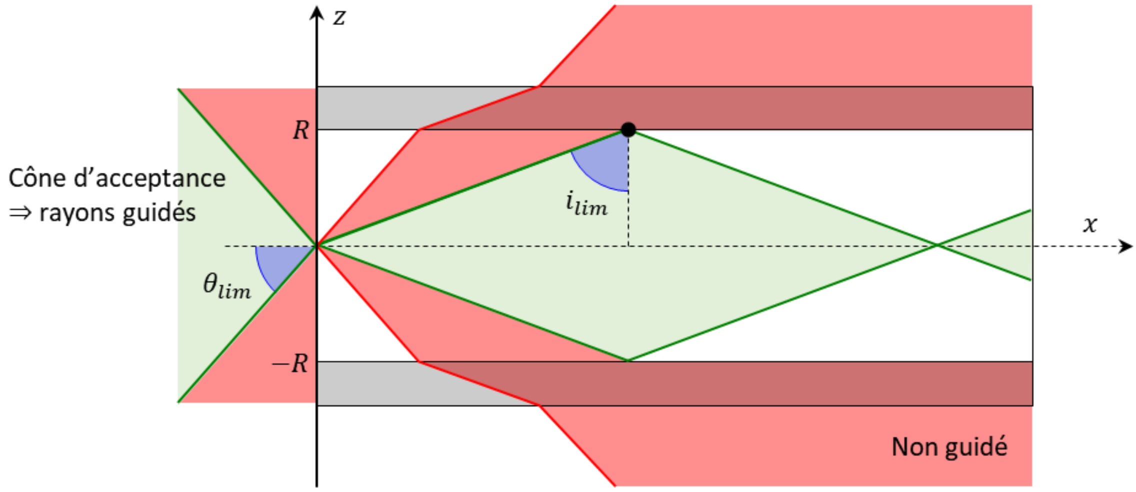
Déterminons l'angle θ_{lim} correspondant :

$$\begin{cases} \sin(i_{lim}) = \dfrac{n_g}{n_c} \\ \sin(\theta_{lim}) = n_c\sqrt{1 - \sin^2(i_{lim})} \end{cases} \Rightarrow \quad \sin(\theta_{lim}) = n_c\sqrt{1 - \left(\frac{n_g}{n_c}\right)} = \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$$

Propriété :

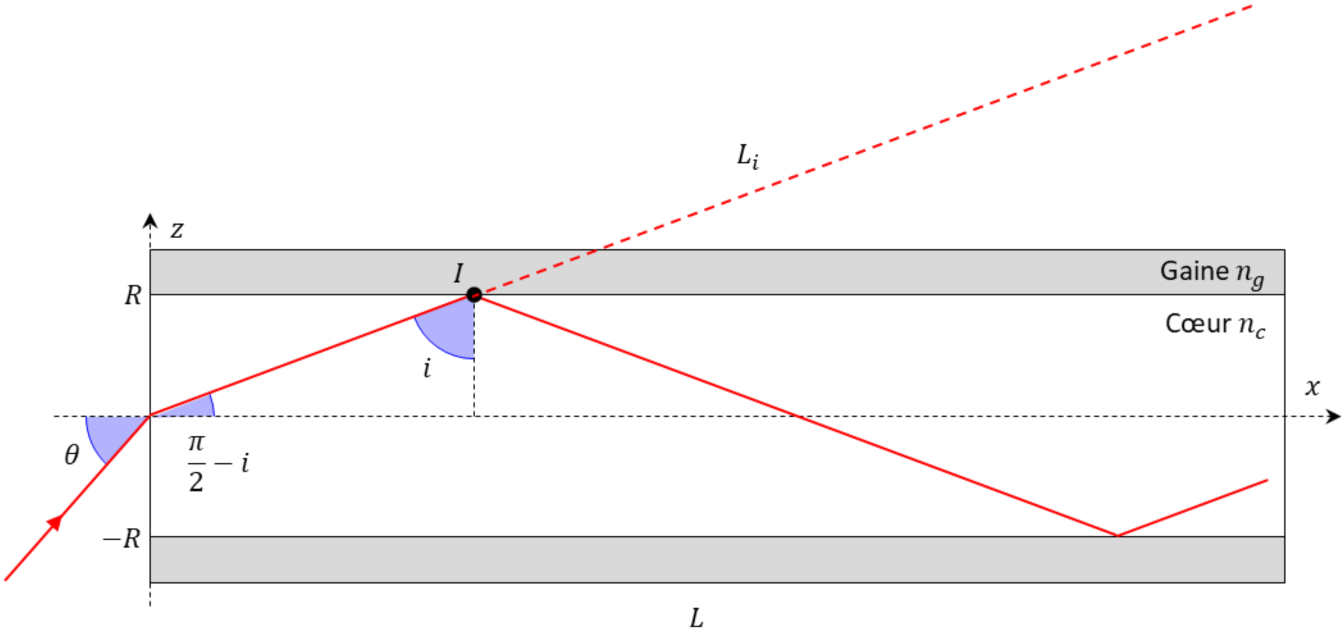
Un rayon lumineux sera guidé par la fibre optique ssi il est compris dans le **cône d'acceptance**, d'angle au sommet :

$$\boxed{\theta < \theta_{lim} = \arcsin\left(\sqrt{n_c^2 - n_g^2}\right)}$$



V.3 - Dispersion

On note L la longueur de la fibre optique. Soit un rayon lumineux incident avec un angle $\theta < \theta_{lim}$.



Pour sortir de la fibre, il doit parcourir la distance : $\sin(i) = \frac{L}{L_i} \Rightarrow L_i = \frac{L}{\sin(i)}$

Ainsi, il traverse la fibre optique en un temps : $\boxed{\tau_i = \frac{L_i}{c/n_c} = \frac{L\,n_c}{c\sin(i)}}$

Ainsi, τ_i varie entre τ_{min} et τ_{max} :

$$\boxed{\tau_{min} = \frac{L\,n_c}{c}} \quad \text{et} \quad \boxed{\tau_{max} = \frac{L\,n_c}{c\sin(i_{lim})} = \frac{L\,n_c^2}{c\,n_g}} \Rightarrow \boxed{\Delta\tau = \tau_{max} - \tau_{min} = \frac{L\,n_c}{c}\left(\frac{n_c}{n_g} - 1\right)}$$

<u>Conséquence</u> :

Lorsqu'on envoie une impulsion lumineuse dans la fibre, on l'envoie selon toutes les directions. Or, le temps de traversé dépend de l'angle d'incidence du rayon. Il varie de τ_{min} et τ_{max}. On a donc une **dispersion** de l'impulsion lumineuse.

<u>Application</u> :

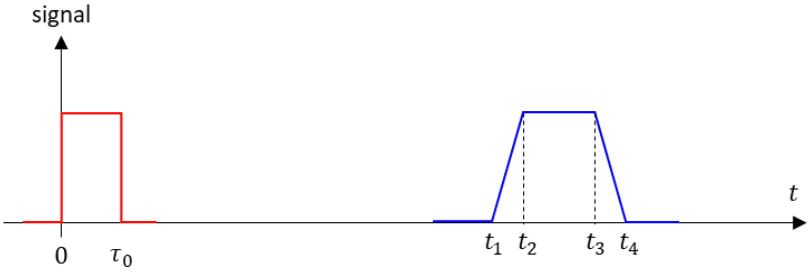
Soit une impulsion rectangulaire de largeur τ_e (un bit d'information).

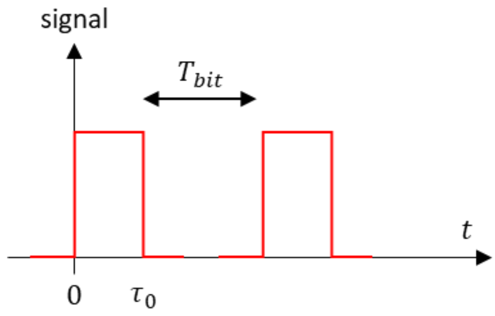
- La lumière émise en $t = 0$, arrive entre $t_1 = \tau_{min}$ et $t_2 = \tau_{max}$.
- La lumière émise en $t = \tau_e$, arrive entre $t_3 = \tau_e + \tau_{min}$ et $t_4 = \tau_e + \tau_{max}$.

On a une déformation et un élargissement temporel du signal.

Largeur du signal de sortie :

$$\tau_s = t_4 - t_1 = \tau_e + \tau_{max} - \tau_{min} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\tau_s = \tau_e + \Delta\tau}$$





<u>Conséquence</u> :

Le temps d'attente entre deux bits successifs T_{bit} doit être supérieur à l'élargissement temporel de chaque bit $\Delta\tau$. Cela limite le débit d'information ($D =$ nombre de bits par seconde) que l'on peut envoyer dans la fibre.

$$T_{bit} \geq \Delta\tau \quad \Rightarrow \quad D = \frac{1}{T_{bit}} \leq \frac{1}{\Delta\tau} = D_{max} \quad \Rightarrow \quad \boxed{D_{max} \sim \frac{1}{\Delta\tau}}$$