Chapitre E1 – Circuits électriques dans l'ARQS

I) Approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS)

Définition :

Un **régime stationnaire** est un régime où toutes les grandeurs sont indépendantes du temps.

Un régime **quasi-stationnaire** est un régime où les grandeurs peuvent varier « lentement » dans le temps.

Il faut quantifier ce que l'on entend par « lentement variable ».

Dans un circuit électrique, l'information d'une modification de l'état du circuit (générateur qui s'allume, interrupteur qui se ferme, nouveau composant branché au circuit...) se propage à la vitesse de la lumière dans le vide c. Qualitativement, l'ARQS consiste à considérer que cette information voyage instantanément.

Considérons un générateur qui alimente un circuit avec un signal périodique de période T, donc de fréquence $f = 1/T$. Quantitativement, l'ARQS est valide lorsque le temps de propagation de l'information (noté τ) est négligeable devant le temps caractéristique T de changement d'état du générateur. En notant L la taille typique du circuit, on obtient :

$$\tau \ll T \quad \Rightarrow \quad \frac{L}{c} \ll \frac{1}{f} \quad \Rightarrow \quad \boxed{f \ll \frac{c}{L}}$$

Application :

- En TP, la fréquence typiquement utilisée est $f \sim 1$ kHz. Pour respecter l'ARQS, la taille des circuits doit donc vérifier :
$$L \ll \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{10^3 \text{ Hz}} = 3 \times 10^5 \text{ m} = 300 \text{ km}$$
L'ARQS sera donc toujours vérifié dans les montages de TP.
- Les antennes radio mesurent typiquement $L \sim 1$ m et fonctionnent à des fréquences de l'ordre de $f \sim 100$ MHz.
$$\frac{c}{Lf} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{1 \text{ m} \times 10^8 \text{ Hz}} = 3$$
L'ARQS n'est pas vérifié.

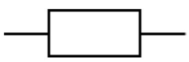
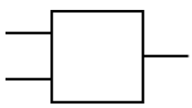
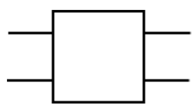
II) Grandeurs et composants électrocinétiques

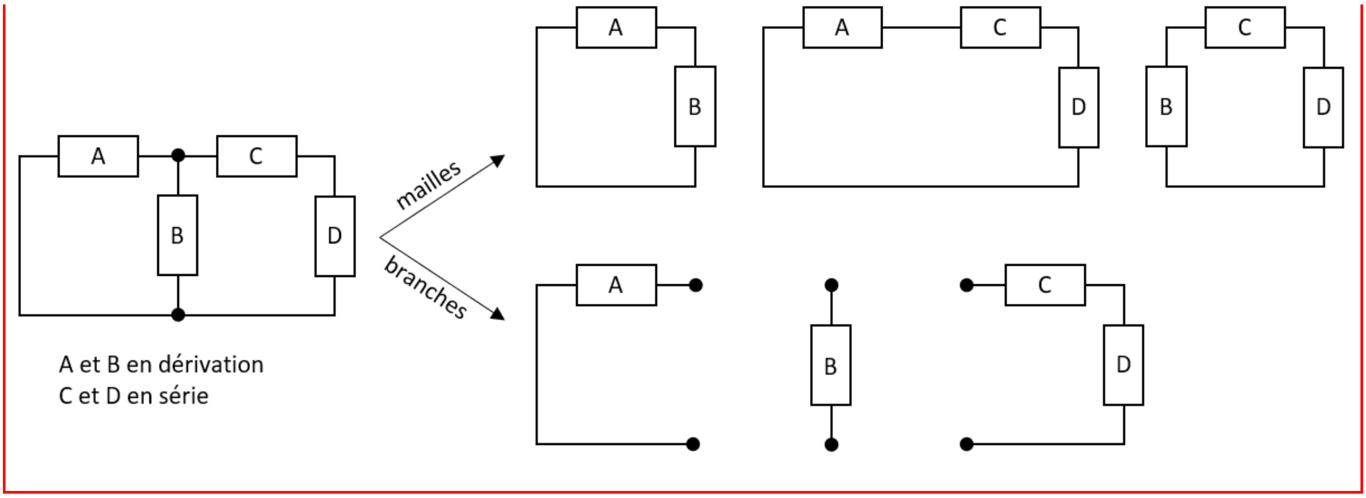
1) Composants électriques

Définitions :

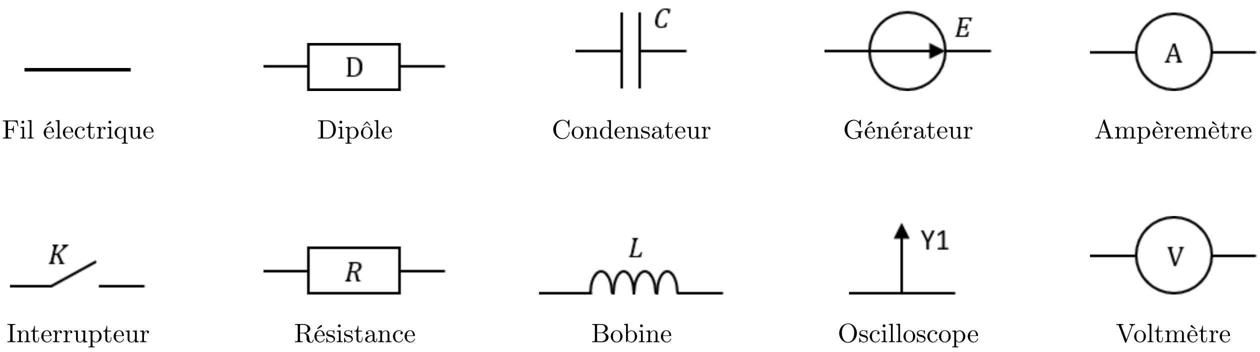
- Un **dipôle** (respectivement tripôle et quadripôle) est un composant électrique connecté au reste du circuit par deux bornes (respectivement par trois et quatre bornes).
- Un **nœud** est un point où se rencontrent 3 fils ou plus.
- Une **branche** est une portion de circuit comprise entre deux nœuds.
- Une **maille** est une boucle qui ne passe qu'une seule fois par les nœuds rencontrés.
- Deux dipôles sont **en série** s'ils appartiennent à une même branche, ie. s'il n'existe pas de nœud entre eux.
- Deux dipôles sont en **parallèle** ou en **dérivation** s'ils sont connectés aux mêmes deux nœuds.

Version prof

Dipôle :  Tripôle :  Quadripôle : 



Exemple de composants électroniques :



2) Charge électrique

Définition :

La **charge électrique**, notée q, est une grandeur physique qui caractérise tout objet physique (de même que la masse m de l'objet). Elle s'exprime en Coulomb, de symbole C.

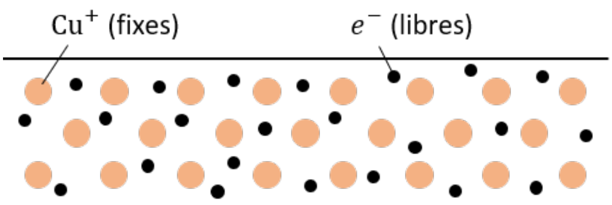
Propriété :

La charge de tout objet est un multiple entier ($\in \mathbb{Z}$) de la charge élémentaire e, où :

$$e = 1{,}6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

La charge électrique se conserve : elle ne peut être ni créée, ni détruite. Il est en revanche possible de créer des objets neutres à partir d'un même nombre de charges positives et de charges négative. Inversement, il est possible de créer deux objets chargés positivement et négativement à partir d'un objet neutre.

Un métal est constitué de cations fixes et d'électrons libres (charge $-e$).

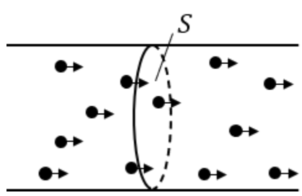


3) Courant et intensité électrique

Définition :

On appelle **courant électrique** un mouvement d'ensemble de porteurs de charge.

On appelle **intensité** du courant électrique, notée i, le débit de charge à travers la



surface S de conducteur. Elle s'exprime en Ampère, de symbole A.

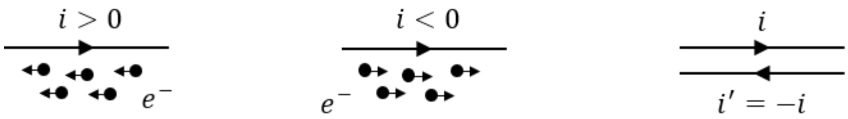
$$\boxed{i = \frac{\delta q}{dt}}$$

Avec : δq quantité de charge traversant la surface S pendant l'intervalle de temps dt.

Dans un métal, des porteurs de charge sont les électrons (les cations sont fixes).

Convention :

Par convention, $i > 0$ dans le sens de déplacement des porteurs de charges positives, et $i < 0$ dans le sens de déplacement des porteurs de charges négatives.



Ordre de grandeur :

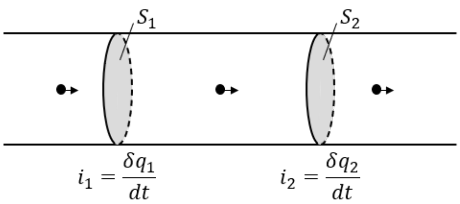
Usage	TP	Seuil d'électrocution mortel	Gros électroménager	Lignes haute tension	Éclair
Intensité	1 – 10 mA	100 mA	10 A	1 kA	100 kA

Unicité de l'intensité dans une branche

On rappelle que :

- la charge électrique se conserve, donc les électrons ne peuvent ni apparaître, ni disparaître ;
- l'ARQS est vérifiée, donc il n'y a pas d'accumulation de charges dans le circuit.

Soit une branche de circuit et deux surface S_1 et S_2 de cette branche. Puisqu'il n'y a ni accumulation, ni création, ni disparition d'électron, la quantité charge δq_1 passant à travers S_1 pendant dt est égale à la quantité charge δq_2 passant à travers S_2 pendant dt.



$$\delta q_1 = \delta q_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{\delta q_1}{dt} = \frac{\delta q_2}{dt} \quad \Rightarrow \quad \boxed{i = cte}$$

L'intensité est constante sur toute la branche.

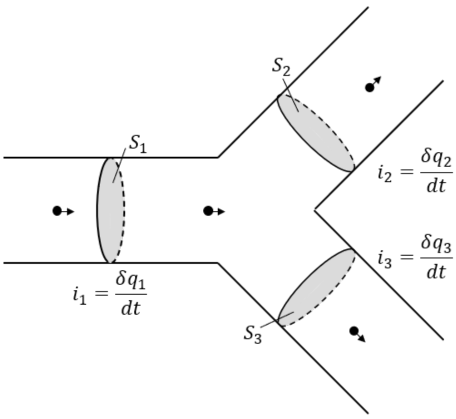
Loi des nœuds

Soit un nœuds à 3 branches. Par le même raisonnement, la quantité charge entrant dans le nœud pendant dt est égale à la quantité charge sortant dans le nœud pendant dt.

$$\delta q_1 = \delta q_2 + \delta q_3 \quad \Rightarrow \quad i_1 = i_2 + i_3$$

Cette **loi des nœuds** se généralise pour un nombre quelconque de branches. Dans un nœud, la somme des intensités entrantes est égale à la somme ds intensités sortantes.

$$\boxed{\sum i_{\text{entrant}} = \sum i_{\text{sortant}}}$$



Application :

Version prof

TD exercice : Lois de Kirchhoff

4) Potentiel et tension électrique

Tout point d'un circuit est caractérisé par une grandeur appelée **potentiel électrique**, notée V. Il s'exprime en Volt, de symbole V. Le potentiel électrique est une grandeur définie par rapport à une valeur de référence.

Analogie :

Il n'est pas rare en physique d'avoir une grandeur définie à partir d'une valeur de référence. C'est par exemple le cas de l'altitude z qui est traditionnellement définie par rapport au niveau de la mer ou par rapport au niveau du sol, mais une autre référence serait tout aussi valable.

Pour le potentiel électrique, la valeur de référence choisie est celle de la **Terre** (du sol) :

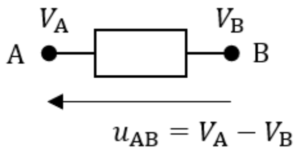
$$V_{\mathrm{Terre}} = 0 \text{ V}$$

Le symbole ci-contre indique qu'un circuit électrique est connecté à la Terre. Dans un circuit, on appelle **masse** une branche connectée à la Terre.

Définition :

On appelle **tension** entre deux points d'un circuit la **différence de potentiel** entre ces de points. Elle se note u.

$$u_{\mathrm{AB}} = V_{\mathrm{A}} - V_{\mathrm{B}}$$



Ordre de grandeur :

Usage	TP	Tension EDF	TGV	Lignes haute tension	Éclair
Tension	10 V	220 V	25 kV	100 kV	100 MV

Additivité des tensions

Version prof

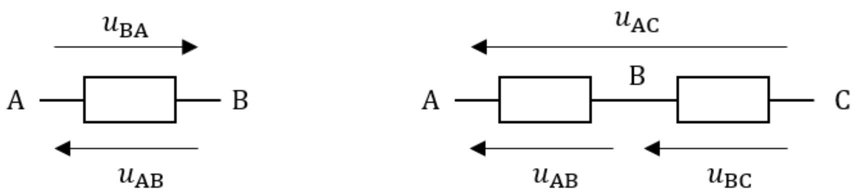


Schéma de gauche :

$$\boxed{u_{\mathrm{AB}} = -u_{\mathrm{BA}}} \quad \text{car :} \quad u_{\mathrm{AB}} = V_{\mathrm{A}} - V_{\mathrm{B}} = -\left(V_{\mathrm{B}} - V_{\mathrm{A}}\right) = -u_{\mathrm{BA}}$$

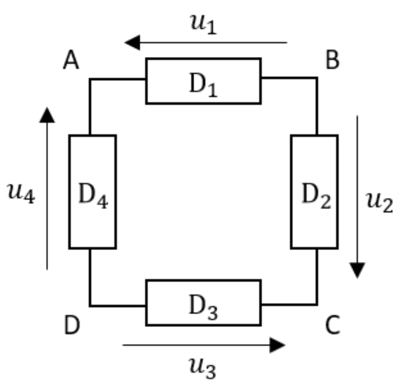
Schéma de droite :

$$\boxed{u_{\mathrm{AC}} = u_{\mathrm{AB}} + u_{\mathrm{BC}}} \quad \text{car :} \quad u_{\mathrm{AC}} = V_{\mathrm{A}} - V_{\mathrm{C}} = \left(V_{\mathrm{A}} - V_{\mathrm{B}}\right) + \left(V_{\mathrm{B}} - V_{\mathrm{C}}\right) = u_{\mathrm{AB}} + u_{\mathrm{BC}}$$

Loi des mailles

Appliquons l'additivité des tensions sur une maille. On oriente la maille dans un sens arbitraire. La somme des tensions orientées dans le sens de la maille est égale à la somme des tensions orientées dans le sens contraire de la maille.

$$\boxed{\sum u_{\circlearrowleft} = \sum u_{\circlearrowright}}$$



Démonstration sur l'exemple ci-contre :

Version prof

$$\underbrace{V_{\mathrm{C}} - V_{\mathrm{B}}}_{u_2} + \underbrace{V_{\mathrm{A}} - V_{\mathrm{D}}}_{u_4} = \underbrace{V_{\mathrm{A}} - V_{\mathrm{B}}}_{u_1} + \underbrace{V_{\mathrm{C}} - V_{\mathrm{D}}}_{u_3}$$

On a donc bien :

$$\boxed{u_2 + u_4 = u_1 + u_3}$$

Application :

Version prof

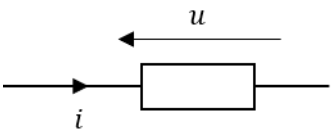
TD exercice : Lois de Kirchhoff

5) Conventions générateur et récepteur

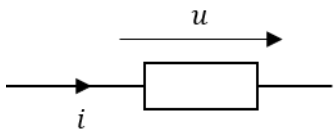
Les choix d'orientation de i et u étant arbitraires, un dipôle peut être orienté de 2 manière différentes.

Définition :

Un dipôle est orienté en **convention récepteur** si l'intensité i qui le traverse et la tension u à ses bornes sont de sens opposé. Un dipôle est orienté en **convention générateur** si l'intensité i qui le traverse et la tension u à ses bornes sont de même sens.



Convention récepteur



Convention générateur

Conseil : toujours orienter les générateurs en convention générateur et les autres dipôles en convention récepteur.

6) Puissance électrique

Une puissance (s'exprime en Watt, de symbole W) correspond à la dérivée temporelle d'une énergie (s'exprime en Joule, de symbole J).

La puissance électrique d'un dipôle vaut :

$$\boxed{\mathcal{P}(t) = \frac{d\mathcal{E}}{dt} = u(t) \times i(t)}$$

Pour un dipôle en convention récepteur, $\mathcal{P}$ représente la **puissance reçue** par le dipôle. Si $\mathcal{P}_{\text{reçue}} > 0$, le dipôle reçoit de la puissance. Si $\mathcal{P}_{\text{reçue}} < 0$, le dipôle fournit de la puissance.

Pour un dipôle en convention générateur, $\mathcal{P}$ représente la **puissance fournie** par le dipôle. Si $\mathcal{P}_{\text{fournie}} > 0$, le dipôle fournit de la puissance. Si $\mathcal{P}_{\text{fournie}} < 0$, le dipôle reçoit de la puissance.

Application :

Version prof

TD exercice : Lois de Kirchhoff

Ordre de grandeur :

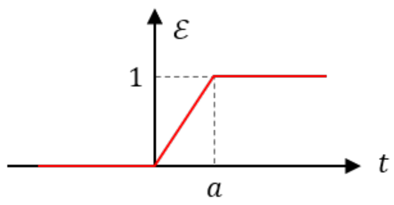
Usage	Ampoule LED	Appareils électroménagers	Éolienne industrielle	Ferme photovoltaïque	Réacteur nucléaire
Tension	10 W	1 kW	1 MW	10 MW	1 GW

Énergie stockée et continuité de l'énergie

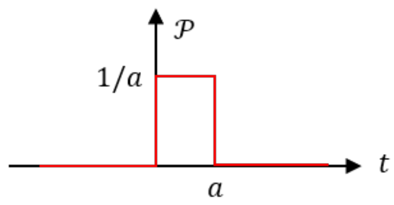
Lorsqu'il est possible de trouver une fonction $\mathcal{E}(t)$ sans connaître les expressions de $u(t)$ et $i(t)$, alors $\mathcal{E}(t)$ correspond à une énergie qui peut être stockée par le dipôle (et rendue ultérieurement). Dans ce cas, $\mathcal{E}(t)$ est nécessairement continue (car dérivable).

Interprétation physique : que signifierait, physiquement parlant, une fonction $\mathcal{E}(t)$ discontinue ?

Considérons la fonction $\mathcal{E}(t)$ suivante et faisons tendre le paramètre a vers 0 pour créer une discontinuité.



$\Rightarrow$



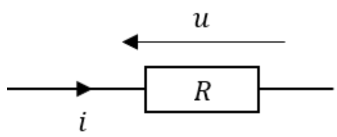
$$\mathcal{E}(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ x/a & \text{si } 0 \leq x \leq a \\ 1 & \text{si } x \geq a \end{cases} \qquad \mathcal{P}(t) = \frac{d\mathcal{E}}{dt} = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ 1/a & \text{si } 0 \leq x \leq a \\ 0 & \text{si } x \geq a \end{cases}$$

Lorsque $a \to 0$ (l'énergie devient discontinue), alors $\mathcal{P} \to \infty$. Il est physiquement impossible pour un appareil, aussi « puissant » soit-il, de délivrer une puissance infinie. Donc l'énergie doit rester continue.

III) Dipôles fondamentaux

1) Résistance

On appelle **conducteur ohmique** ou **résistor** ou **résistance** est un dipôle qui, en convention récepteur, vérifie la **loi d'Ohm**.



$$\boxed{u = Ri \quad \Leftrightarrow \quad i = Gu \quad \text{avec :} \quad G = \frac{1}{R}}$$

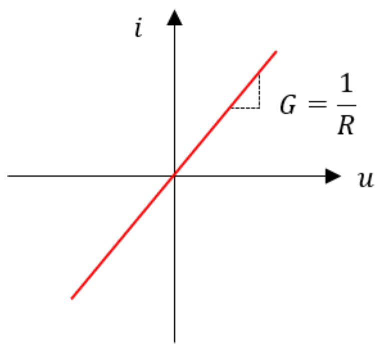
avec R est la résistance du conducteur (s'exprime en Ohm, de symbole Ω) et G sa conductance (s'exprime en Siemens, de symbole S).

Définition :

On appelle **caractéristique** d'un dipôle la fonction $i = f(u)$ en régime stationnaire.

Caractéristique d'une résistance :

Version prof



Droite linéaire de pente $G = \dfrac{1}{R}$.

Aspect énergétique

Version prof

La puissance reçue par une résistance est :

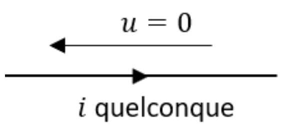
$$\mathcal{P} = ui = Ri^2 = \frac{u^2}{R} \geq 0$$

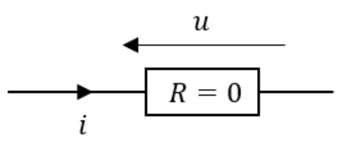
Une résistance reçoit toujours de la puissance électrique. Cette puissance est convertie sous forme de chaleur. Ce phénomène s'appelle l'**effet Joule**.

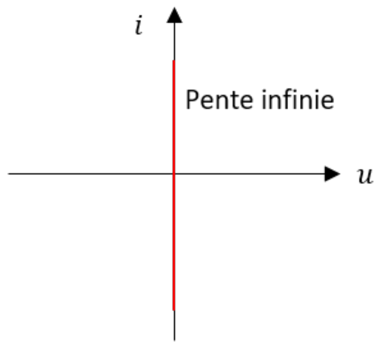
Fil électrique et circuit ouvert

Un fil électrique idéal est un dipôle où $u = 0$ quelque soit l'intensité i qui le traverse. Mathématiquement, un fil idéal est donc équivalent à un résistor de résistance nulle.

Version prof

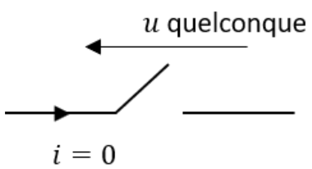


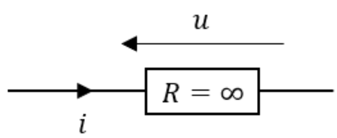


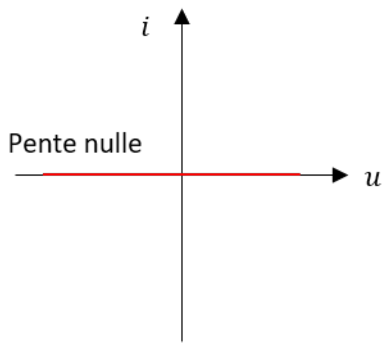


Un interrupteur ouvert est un dipôle où $i = 0$ quelque soit la tension u à ses bornes. Mathématiquement, un interrupteur ouvert est donc équivalent à un résistor de résistance infinie.

Version prof

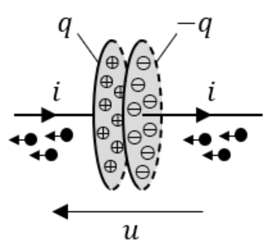






2) Condensateur

Un **condensateur** est constitué de deux armatures métalliques séparées par un isolant électrique.



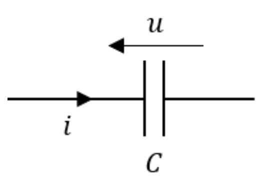
Lorsqu'une différence de potentielle $u(t)$ est appliquée aux bornes d'un condensateur, des charges s'accumulent sur les armatures. On note $q(t)$ la charge stockée sur l'armature où arrive le courant $i(t)$ en convention récepteur. Par conservation de la charge, l'autre armature possède une charge $-q(t)$.

On admet que :

$$q = Cu \quad \Rightarrow \quad \delta q = C\ du$$

où C est la capacité du condensateur (s'exprime en Farad, de symbole F).

On en déduit la relation entre i et u pour un condensateur :



$$\boxed{i = \frac{\delta q}{dt} = C\frac{du}{dt}}$$

Ainsi, on peut voir le condensateur comme un réservoir de charge qui se remplit quand $i > 0$ et se vide quand $i < 0$.

Aspect énergétique

Version prof

La puissance reçue par un condensateur est :

$$\mathcal{P} = ui = Cu\frac{du}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Cu^2\right)$$

On en déduit qu'un condensateur permet de stocker de l'énergie. Cette dernière se trouve sous forme électrique (champ électrique).

$$\boxed{\mathcal{E}_{el} = \frac{1}{2}Cu^2}$$

Si u augmente, $\mathcal{P} > 0$: le condensateur reçoit de l'énergie. Si u diminue, $\mathcal{P} < 0$: le condensateur cède de l'énergie.

<u>Propriété</u> :

Par continuité de l'énergie, la tension aux bornes d'un condensateur est toujours continue.

Régime stationnaire

En régime stationnaire, toutes les grandeurs sont par définition constantes. On en déduit que, quelque soit la valeur de u, i est toujours nulle.

<u>Propriété</u> :

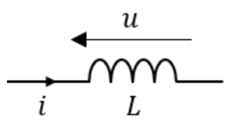
En régime stationnaire, un condensateur est équivalent à un circuit ouvert.

3) Bobine

Une **bobine** est constituée d'un fil électrique enroulé en forme d'hélice.

On admet que lorsqu'un courant variable $i(t)$ traverse une bobine, une différence de potentiel $U(t)$ apparaît à ses bornes pour s'opposer aux variations d'intensité. Mathématiquement, en convention récepteur :

$$\boxed{u = L\frac{di}{dt}}$$



où L est l'inductance de la bobine (s'exprime en Henry, de symbole H).

Aspect énergétique

Version prof

La puissance reçue par une bobine est :

$$\mathcal{P} = ui = Li\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Li^2\right)$$

On en déduit qu'une bobine permet de stocker de l'énergie. Cette dernière se trouve sous forme magnétique (champ magnétique).

$$\boxed{\mathcal{E}_{mag} = \frac{1}{2}Li^2}$$

Si i augmente, $\mathcal{P} > 0$: la bobine reçoit de l'énergie. Si i diminue, $\mathcal{P} < 0$: la bobine cède de l'énergie.

<u>Propriété</u> :

Par continuité de l'énergie, l'intensité à travers une bobine est toujours continue.

Régime stationnaire

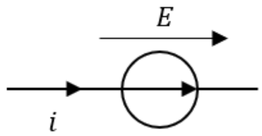
En régime stationnaire, toutes les grandeurs sont par définition constantes. On en déduit que, quelque soit la valeur de i, u est toujours nulle.

<u>Propriété</u> :

En régime stationnaire, une bobine est équivalente à un fil électrique.

4) Générateur de tension

Un **générateur idéal de tension** est un dipôle dont la tension à ses bornes est à tout instant égale à celle imposée par sa **force électromotrice** (fem), notée E ou e, indépendamment de l'intensité du courant que le traverse.

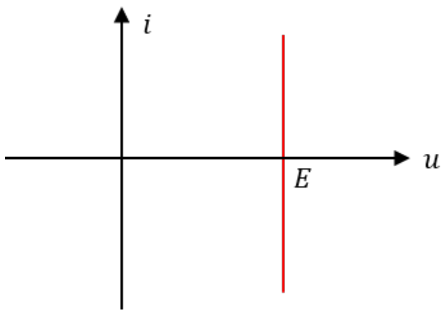


Remarque :

Contrairement à ce qu'indique son nom, la fem est homogène à une tension. Il s'agit d'un héritage historique d'une époque où la mécanique était mieux comprise que l'électronique. Puisqu'un générateur peut créer un courant électrique, il doit exercer une force pour mettre en mouvement les électrons, d'où de nom de force électromotrice.

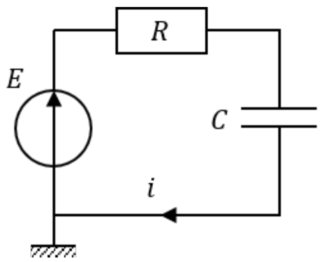
Caractéristique d'un générateur idéal de tension :

Version prof

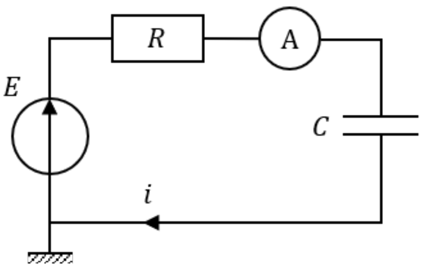


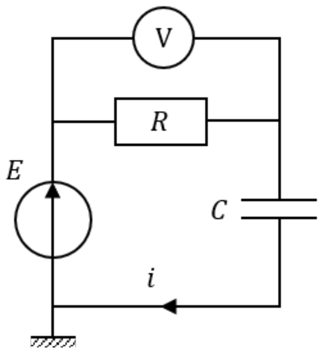
Remarque : pour les montages en TP

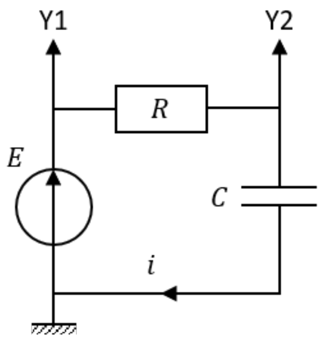
Un générateur est généralement relié à la Terre. Il impose donc une ligne de masse au reste du circuit.



5) Appareils de mesure







Un **ampèremètre** se connecte dans une branche de circuit. Il permet de mesurer l'intensité circulant dans cette branche. Un ampèremètre idéal est équivalent à un fil électrique : la tension à ses bornes est nulle quelque soit le courant qui le traverse.

Exemple : mesure de l'intensité i à travers la résistance (identique à l'intensité traversant le générateur et le condensateur).

Un **voltmètre** se connecte entre deux points du circuit. Il permet de mesurer la tension entre ces deux points. Un voltmètre idéal est équivalent à un circuit ouvert : l'intensité le traversant est nulle, quelque soit la tension à ses bornes.

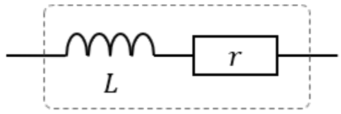
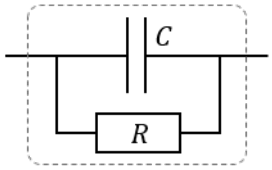
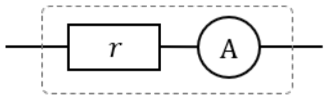
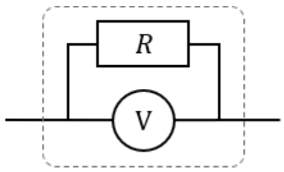
Exemple : mesure de la tension u_R aux bornes de la résistance.

Un **oscilloscope** se connecte entre un point quelconque du circuit et la ligne de masse. Il permet de mesurer la tension entre ce point et la masse. Un oscilloscope idéal est équivalent à un circuit ouvert : l'intensité le traversant est nulle, quelque soit la tension à ses bornes.

Exemple : mesure de la tension E aux bornes du générateur sur la voie Y1 de oscilloscope et de la tension u_C aux bornes du condensateur sur la voie Y2. Avec ce montage, il est impossible de mesurer directement à l'oscilloscope la tension u_R aux bornes de la résistance.

6) Dipôles réels

Tout les dipôles présentés précédemment sont idéaux. Voici quelques exemples de dipôles réels (à ne pas connaître par cœur).

Une bobine réelle est l'association série d'une bobine idéale L et d'une résistance $r \simeq 10\ \Omega$. Cette résistance tient compte de la résistance ces câbles.	 Bobine réelle
Un condensateur réel est l'association en dérivation d'un condensateur idéal C et d'une résistance $R \simeq 10\ \mathrm{M}\Omega$ appelé résistance de fuite. Cette résistance tient compte du fait que la matériau entre les armature n'est pas parfaitement isolant.	 Condensateur réel
Un ampèremètre réel est l'association série d'un ampèremètre idéal et d'une résistance $r \simeq 10\ \Omega$.	 Ampèremètre réel
Un voltmètre réel est l'association en dérivation d'un voltmètre idéal et d'une résistance $R \simeq 10\ \mathrm{M}\Omega$.	 Voltmètre réel

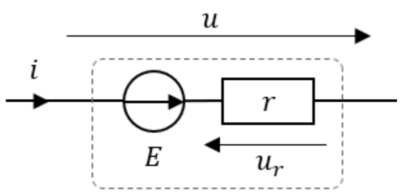
Générateur réel de tension (modèle de Thévenin)

Version prof

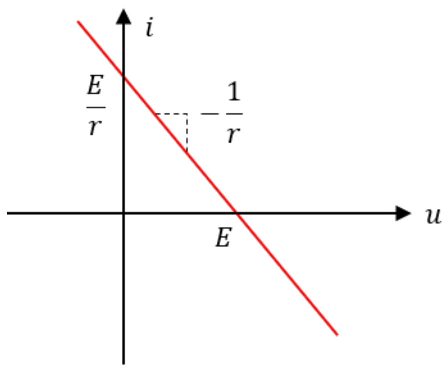
Un générateur réel de tension est l'association série d'un générateur idéale de fem E et d'une résistance $r = 50\ \Omega$, appelée **résistance interne** ou **résistance de sortie**.

Caractéristique :

$$u = E - u_r = E - ri \quad \Rightarrow \quad i = \frac{E - u}{r}$$



Générateur réel



7) Point de fonctionnement

Lorsqu'on réalise une maille comportant un générateur (orienté en convention générateur) et un autre dipôle (orienté en convention récepteur), alors les deux composants possèdent la même tension u à leurs bornes et sont parcourus par la même intensité i. Le couple (u, i) s'appelle le**point de fonctionnement** du circuit. Graphiquement, le point de fonctionnement correspond à l'intersection des caractéristiques des deux dipôles.

Application :

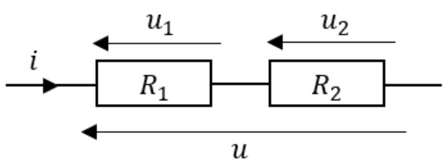
Version prof

TD exercice : Point de fonctionnement

IV) Association de résistances

1) Association en série

Considérons deux résistances R_1 et R_2 en série.



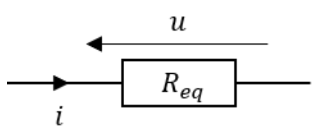
Résistance équivalente

Montrons que les deux résistances sont équivalentes à une résistance unique R_{eq}.

Version prof

Loi des mailles :

$$u = u_1 + u_2 = R_1 i + R_2 i = (R_1 + R_2)\, i = R_{eq} i$$



Les deux résistances sont équivalentes à une résistance unique de valeur :

$$\boxed{R_{eq} = R_1 + R_2}$$

Pont diviseur de tension

Deux résistances en série forment un **pont diviseur de tension** : la tension aux bornes de l'ensemble est répartie sur chaque résistance.

Version prof

Loi d'Ohm :

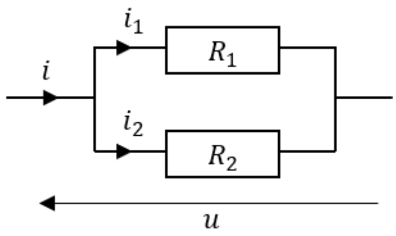
$$i = \frac{u_1}{R_1} = \frac{u_2}{R_2} = \frac{u}{R_1 + R_2}$$

On en déduit :

$$\boxed{u_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2}\, u \quad \text{et} \quad u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2}\, u}$$

2) Association en dérivation

Considérons deux résistances R_1 et R_2 en dérivation.



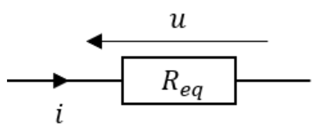
Résistance équivalente

Montrons que les deux résistances sont équivalentes à une résistance unique R_{eq}.

Version prof

Loi des nœuds :

$$i = i_1 + i_2 = \frac{u}{R_1} + \frac{u}{R_2} = \frac{u}{R_{eq}}$$



Les deux résistances sont équivalentes à une résistance unique de valeur :

$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \Leftrightarrow \quad R_{eq} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)^{-1} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$$

Pont diviseur de courant

Deux résistances en dérivation forment un **pont diviseur de courant** : le courant à travers l'ensemble est réparti sur chaque résistance.

Version prof

Loi d'Ohm :

$$u = R_1 i_1 = R_2 i_2 = R_{eq} i$$

On en déduit :

$$\boxed{i_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2}\, i \quad \text{et} \quad i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2}\, i}$$