



Ce chapitre introductif a pour objectif de différencier les notions de dimension et d'unité en sciences physiques. Nous décrirons en particulier la méthode de l'analyse dimensionnelle, qui permet de comprendre le sens physique d'une grandeur inconnue ou de vérifier rapidement l'acceptabilité d'une formule.

I - Dimensions et unités

I.1 - Système international

La **dimension** d'une grandeur renseigne sur sa nature physique.

Propriétés :

Le rapport de deux grandeurs de même dimension est une grandeur **sans dimension**.

Toute dimension peut s'exprimer comme produit des 7 dimensions du SI.

Définition :

Le Système international (SI) est défini par :

| Dimension | Abréviation | Unité (USI) |
|----------------------|-------------|--------------|
| Longueur | L | m |
| Temps | T | s |
| Masse | M | kg |
| Température | θ | K (Kelvin) |
| Quantité de matière | N | mol |
| Intensité électrique | I | A |
| Intensité lumineuse | J | Cd (Candela) |

I.2 - Équation aux dimensions

Notation :

On note $\dim(X)$ ou $[X]$ la dimension de la grandeur X.

On note $[X] = 1$ une grandeur sans dimensions.

Propriétés :

$$A + B = C \Rightarrow [A] = [B] = [C]$$

$$A \times B = C \Rightarrow [C] = [A] \times [B]$$

$$[A^\alpha] = [A]^\alpha$$

$$\left[\frac{dA}{dx} \right] = \frac{[A]}{[x]}$$

$$\left[\int A dx \right] = [A] \times [x]$$

$$f(x) \Rightarrow [x] = 1 \text{ et } [f(x)] = 1 \text{ avec : } f = \sin, \cos, \tan, \exp, \ln, \log, \text{ etc.}$$

Applications :

○ Dimension d'une vitesse dans le SI :

$$[v] = \left[\frac{dx}{dt} \right] = \frac{\text{Longueur}}{\text{Temps}} = L \cdot T^{-1}$$

○ Dimension d'une énergie dans le SI :

$$[E] = \left[\frac{1}{2}mv^2 \right] = \text{Masse} \cdot \text{Vitesse}^2 = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$$

○ Dimension d'un angle ?

On rappelle la définition du radian :

$$\alpha = 1 \text{ rad} = \frac{\text{distance } r \text{ parcourue sur le cercle}}{\text{rayon } r}$$

On en déduit :

$$[\alpha] = \frac{\text{Longueur}}{\text{Longueur}} = 1$$

Un angle est sans dimension.

ATTENTION ! En DS, ne pas confondre « déterminer la dimension » et « déterminer l'unité » d'une variable.

II - Application

TD exercice n°1