

CHAUFFAGE D'UNE PIÈCE

On souhaite maintenir constante la température d'une pièce à $T_i = 20\text{ °C}$. La résistance thermique de l'ensemble des 4 murs et du sol est $R_{th,1} = 1,0 \times 10^{-2}\text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$. La résistance thermique de l'ensemble du plafond et des tuiles est $R_{th,2} = 2,0 \times 10^{-3}\text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$. La température de l'extérieur est $T_e = 10\text{ °C}$. On se place en régime stationnaire.

1) Calculer la puissance thermique \mathcal{P} à apporter à la pièce pour maintenir constante la température.

Correction

On calcule la résistance thermique équivalente. Les deux résistances sont en dérivation :

$$R_{eq} = \left(\frac{1}{R_{th,1}} + \frac{1}{R_{th,2}} \right)^{-1} = 1,6 \times 10^{-3}\text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$$

On en déduit le flux thermique qui circule (et donc la puissance thermique qui doit être générée) vers l'extérieur :

$$\mathcal{P} = \frac{\Delta T}{R_{eq}} = \Delta T \left(\frac{1}{R_{th,1}} + \frac{1}{R_{th,2}} \right) = 6,0\text{ kW}$$

2) On améliore l'isolation thermique en rajoutant une plaque de matériau isolant entre le plafond et les tuiles. Calculer la résistance thermique $R'_{th,2}$ de ce matériau afin de réaliser une économie de 50 % sur la puissance thermique \mathcal{P} .

Correction

On ajoute en série avec le plafond une nouvelle résistance thermique de sorte que :

$$\frac{\mathcal{P}}{2} = \Delta T \left(\frac{1}{R_{th,1}} + \frac{1}{R_{th,2} + R'_{th,2}} \right)$$

Ainsi,

$$R'_{th,2} = \left[\frac{\mathcal{P}}{2\Delta T} - \frac{1}{R_{th,1}} \right]^{-1} - R_{th,2} = 3,0 \times 10^{-3}\text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$$