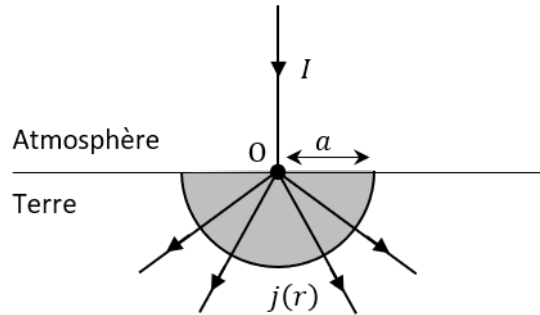


## PRISE DE TERRE

Une prise de terre est constituée d'une demi-boule de centre  $O$  et de rayon  $a$  enfoncée dans le sol, assimilé au demi-espace  $z < 0$ , conducteur de conductivité  $\gamma = 10^{-2} \text{ W}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ . Elle est destinée à recevoir un courant d'intensité  $I = 5 \times 10^4 \text{ A}$  en provenance d'un paratonnerre. Dans le sol, on suppose que la densité de courants est de la forme  $\vec{j} = j(r) \vec{u}_r$  en coordonnées sphériques.



On se place en régime stationnaire pour simplifier.

1) Déterminer  $j(r)$ .

### Correction

On exprime le courant passant à travers une demi-sphère de rayon  $r$  (donc de surface  $S = 2\pi r^2$ ) et de centre  $O$ .

$$j(r) = \frac{I}{2\pi r^2}$$

2) Déterminer le champ électrique  $\vec{E} = E(r) \vec{u}_r$  dans le sol et en déduire l'expression du potentiel  $V(r)$ .

### Correction

La loi d'Ohm locale donne :

$$\vec{j} = \gamma \vec{E} \Rightarrow \vec{E} = \frac{I}{2\pi\gamma r^2} \vec{u}_r$$

Ainsi,

$$\vec{E} = -\vec{\text{grad}}(V) = -\frac{dV}{dr} \vec{u}_r \Rightarrow V(r) = \frac{I}{2\pi\gamma r}$$

3) On donne la résistance  $R \simeq 2,5 \text{ k}\Omega$  du corps humain entre ses deux pieds, distants de  $a = 1 \text{ m}$ . On supposera  $a \ll r$ . À quelle distance minimale  $D_m$  de la prise de terre dans le plan  $z = 0$  un homme doit-il être pour être certain que son corps soit traversé par un courant inférieur à  $I_{max} = 25 \text{ mA}$  ?

### Correction

La différence de potentiel entre les deux pieds vaut :

$$\Delta V = V(r) - V(r+a) = \frac{I}{2\pi\gamma r} \left( 1 - \left[ 1 + \frac{a}{r} \right]^{-1} \right) \simeq \frac{aI}{2\pi r^2}$$

On en déduit :

$$RI_{max} = \frac{aI}{2\pi\gamma D_m^2} \Rightarrow D_m = \sqrt{\frac{aI}{2\pi\gamma RI_{max}}} = 110 \text{ m}$$