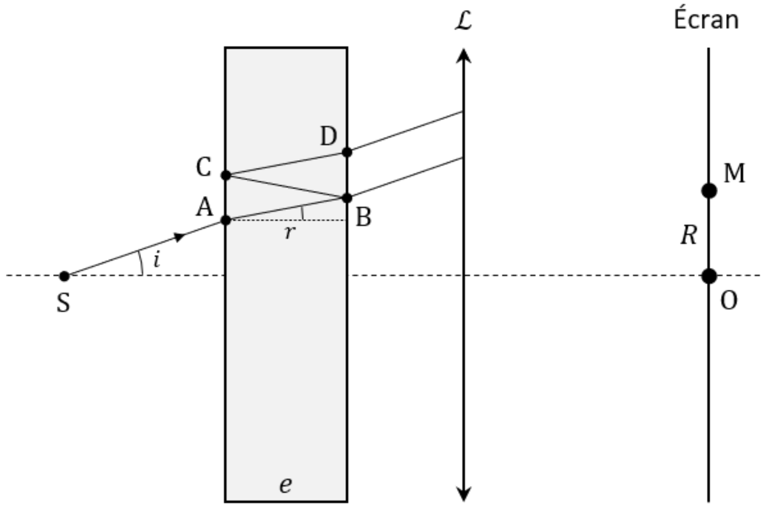
Réflexion dans une lame de verre

On considère le montage ci-dessous, constitué d'une source étendue monochromatique (longueur d'onde $\lambda = 550$ nm), d'une lame de verre (indice $n = 1{,}5$, épaisseur $e = 10$ µm), d'une lentille (focale $f' = 20$ cm) et d'un écran. On étudie les interférences crées sur l'écran par les deux rayons indiqués sur le schéma : le premier traversant la lame sans réflexion interne et le deuxième traversant la lame avec deux réflexions internes en B et C.



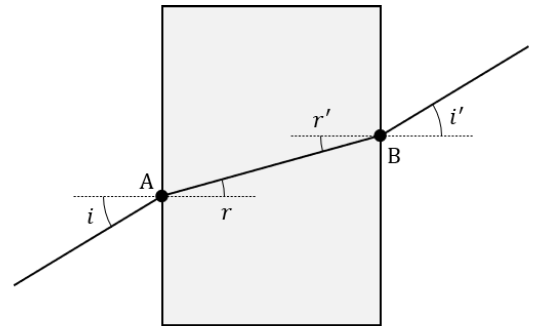
1) Montrer que les rayons émergent de la lame de verre parallèlement au rayon incident.

Correction

Les angles alternes-internes assurent que $r' = r$. La loi de Snell-Descartes appliquée aux points A et B assure que :

$$\sin(i) = n\,\sin(r) = \sin(i') \quad \Rightarrow \quad \boxed{i = i'}$$

Les rayons sont donc parallèles. Il en va de même pour le point D.



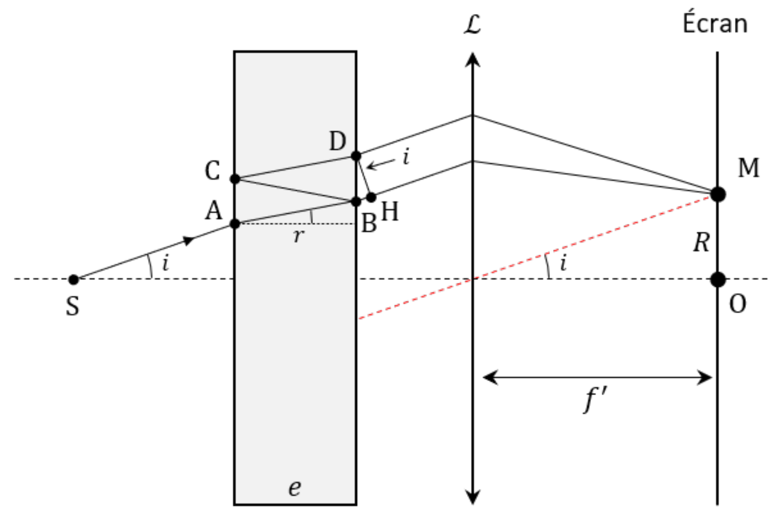
2) Dans un interféromètre de Michelson en lame d'air, où les interférences sont-elles localisées ? En déduire par analogie la lentille à utiliser et la position de l'écran par rapport à la lentille.

Correction

Avec une source étendue et en configuration lame d'air, les franges d'interférences sont localisées à l'infini. Expérimentalement, on va donc observer les interférences dans le plan focal image d'une lentille convergente.

3) Recopier la figure et déterminer par construction graphique la position du point M sur l'écran où les rayons convergent.

Correction



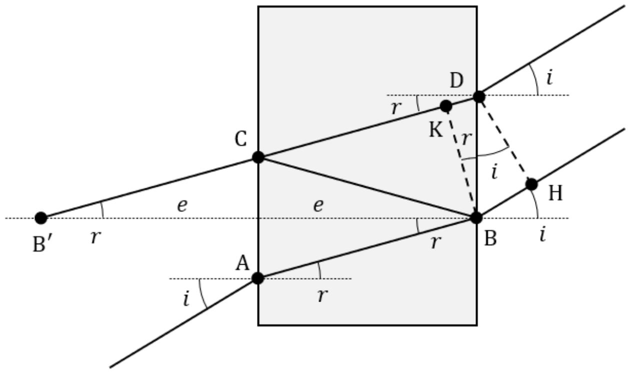
Pour poursuivre la construction, il faut tracer le rayon parallèle qui passe par le centre de la lentille (en rouge). Ce rayon n'est pas dévié et il intersecte les autres rayons au point M (car M est dans le plan focal image de la lentille).

4) Montrer que la différence de marche entre les rayons vaut :

$$\delta = 2ne\,\cos(r)$$

Correction

Deux manières de répondre. La première est calculatoire. La seconde est beaucoup moins calculatoire mais nécessite de maîtriser la forme d'un front d'onde lors d'une réfraction.



Première méthode

Avant la face de sortie de la lame, le rayon du haut parcourt un chemin optique supplémentaire :

$$(\mathrm{BCD}) = \frac{2ne}{\cos(r)}$$

Après la face de sortie, d'après le théorème de Malus, le rayon du bas parcourt un chemin optique supplémentaire :

$$(\mathrm{BH}) = \mathrm{BD}\,\sin(i) = 2e\,\tan(r)\sin(i) = 2e\,\frac{\sin(r)\sin(i)}{\cos(r)} = 2ne\,\frac{\sin^2(r)}{\cos(r)}$$

Ainsi, la différence de marche vaut :

$$\delta = (\mathrm{BCD}) - (\mathrm{BH}) = 2ne\,\frac{1-\sin^2(r)}{\cos(r)} = \boxed{2ne\,\cos(r)}$$

Seconde méthode

On note B′, symétrique de B par rapport à la face d'entrée.

En prolongeant les plans d'onde dans la lame de verre (avec le théorème de Malus) :

$$\delta = (\mathrm{BCK}) = n \times \mathrm{B'K} = \boxed{2ne\,\cos(r)}$$

5) En supposant les rayons peu inclinés, exprimer l'ordre d'interférences $p(M)$ en fonction de R (la distance OM) et des paramètres du montage.

Correction

On a :

$$p = \frac{\delta}{\lambda} \simeq \frac{2ne}{\lambda}\left(1 - \frac{r^2}{2}\right)$$

Or, $i \simeq nr$ (loi de Snell-Descartes) et $\tan(i) \simeq i = R/f'$. On en déduit :

$$\boxed{p \simeq \frac{2ne}{\lambda}\left(1 - \frac{R^2}{2n^2 f'^2}\right)}$$

6) A-t-on des interférences constructives ou destructives au centre de l'écran ? Déterminer le rayon du premier anneau brillant.

Correction

Au centre de l'écran, l'ordre vaut :

$$\boxed{p(R=0) \simeq \frac{2ne}{\lambda} = 54{,}5}$$

Il s'agit d'interférences destructives (p est un demi-entier).

Plus R augmente, plus p diminue. On cherche donc le rayon du premier entier inférieur à 54,5, ie. $p_1 = 54$. En inversant la formule de la question précédente :

$$R = nf'\sqrt{2 - \frac{\lambda p}{ne}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{R_1 = nf'\sqrt{2 - \frac{\lambda p_1}{ne}} = 4{,}2\ \mathrm{cm}}$$