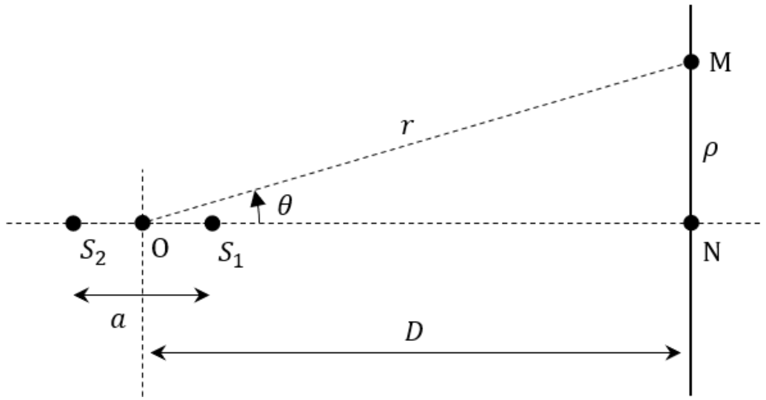
Lame de Pöhl

Soit deux sources S_1 et S_2 espacées d'une distance a. On considère un plan d'observation perpendiculaire à la droite des sources et situé à une distance D de leur point milieu. On suppose $D \gg a$ et $D \gg \rho$. On suppose également que les deux sources sont cohérentes et ont même intensité.



1) Sans calculs, décrire l'allure de la figure d'interférence observée sur l'écran.

Correction

Du fait de la symétrie de révolution autour de l'axe ON, on observera des anneaux centrés sur N.

2) Montrer que la différence de marche s'écrit :

$$\delta \simeq a\left(1 - \frac{\rho^2}{2D^2}\right)$$

Correction

On a :

$$\overrightarrow{S_1M} = -\frac{a}{2}\overrightarrow{u_x} + r\overrightarrow{u_r}$$

Ainsi,

$$S_1M^2 = \overrightarrow{S_1M}\cdot\overrightarrow{S_1M} = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + r^2 - ar\,\cos(\theta) = r^2\left[1 - \frac{a}{r}\cos(\theta) + \left(\frac{a}{2r}\right)^2\right]$$

Donc au premier ordre ($r \gg a$) :

$$S_1M \simeq r\left[1 - \frac{a}{2r}\cos(\theta)\right]$$

De même,

$$\overrightarrow{S_2M} = \frac{a}{2}\overrightarrow{u_x} + r\overrightarrow{u_r} \quad \Rightarrow \quad S_2M \simeq r\left[1 + \frac{a}{2r}\cos(\theta)\right]$$

On en déduit la différence de marche.

$$\delta = S_2M - S_1M = a\,\cos(\theta)$$

On fait un développement limité du cosinus.

$$\boxed{\delta \simeq a\left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right) = a\left(1 - \frac{\rho^2}{2D^2}\right)}$$

3) Exprimer l'intensité lumineuse en un point de l'écran à la distance ρ de l'axe.

Correction

Relation de Fresnel :

$$\boxed{I = 2I_0\left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}a\left(1 - \frac{\rho^2}{2D^2}\right)\right)\right]}$$

4) On donne $a = 1$ mm, $D = 1$ m et $\lambda = 589$ nm. Déterminer le rayon du premier anneau brillant.

Correction

On calcule au centre :

$$p(\rho = 0) = \frac{a}{\lambda} = 1697{,}8$$

De plus, on sait que :

$$p(\rho) = \frac{a}{\lambda}\left(1 - \frac{\rho^2}{2D^2}\right)$$

Donc p décroît lorsque ρ croît. Le premier anneau brillant correspond donc à l'ordre $p = 1697$.

$$\boxed{\rho = D\sqrt{2\left(1 - \frac{p\lambda}{a}\right)} = 3{,}1\text{ cm}}$$