Principe du fusible

Un fusible est un conducteur ohmique dont rôle est de fondre lorsque le courant qui le traverse dépasse une valeur prévu par le constructeur.

On considère un fusible cylindrique de longueur L, de surface S, de masse volumique ρ, de conductivité thermique λ, de conductivité électrique γ, de capacité thermique massique c et de température de fusion T_{fus}. Il est parcouru par un courant constant d'intensité I.

On se place en régime permanent. Aucun échange thermique n'a lieu entre le fusible est l'air sur la face latérale. Les échanges se font uniquement au niveaux des bases du fusible en $x = 0$ et $x = L$, où l'air ambiant impose sa température T_0.

1) Rappeler le lien entre la conductivité électrique γ d'un cylindre de longueur L et de surface S et sa résistance R.

Correction

On a :

$$\boxed{R = \frac{L}{\gamma S}}$$

2) Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la température du cylindre $T(x)$ se met sous la forme :

$$\frac{d^2T}{dx^2} + K = 0$$

où $K > 0$ est une constante à déterminer.

Correction

On applique le premier principe (régime permanent, version enthalpique car transformation monobare) sur une tranche de conducteur comprise entre x et $x + dx$. Le système peut échanger de la chaleur en x et $x + dx$, mais pas à travers sa surface latérale. Il y a de plus une production de chaleur par effet Joule.

$$d^2H = 0 = \left[Sj(x) - Sj(x+dx) + \frac{dx}{\gamma S}I^2\right] dt = \left[-S\frac{dj}{dx}\,dx + \frac{dx}{\gamma S}I^2\right] dt$$

Avec la loi de Fourier :

$$j(x) = -\lambda \frac{dT}{dx}$$

On obtient alors :

$$\boxed{\frac{d^2T}{dx^2} + K = 0} \quad \text{avec :} \quad \boxed{K = \frac{I^2}{\gamma\lambda S^2}}$$

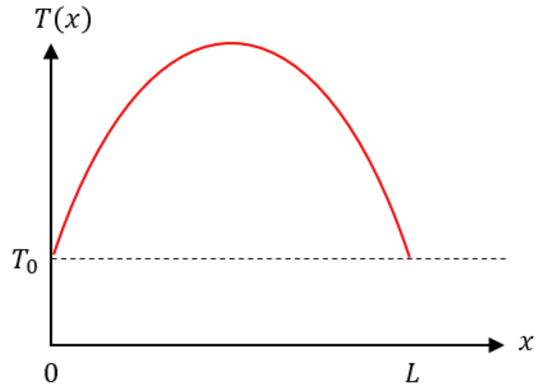
3) Résoudre l'équation différentielle et représenter $T(x)$. En déduire où le fusible va fondre en premier.

Correction

On intègre de fois de suite et on fixe les constantes à l'aide des conditions aux limites.

$$\boxed{T(x) = T_0 - \frac{K}{2}x\,(x - L)}$$

Graphe :



Le fusible va fondre en premier en $x = L/2$, car c'est ici que la température est la plus élevée.

4) Déterminer l'expression de la section S du fusible afin qu'il fonde lorsqu'il est parcouru par un courant $I > I_m$.

Correction

Le fusible fond quand la température en $x = L/2$ atteint la température de fusion T_{fus}.

$$T_{fus} = T_0 + \frac{KL^2}{8} \quad \Rightarrow \quad K = \frac{I_m^2}{\gamma\lambda S^2} = \frac{8}{L^2}\left(T_{fus} - T_0\right)$$

On en déduit :

$$\boxed{S = \sqrt{\frac{L^2 I_m^2}{8\gamma\lambda\left(T_{fus} - T_0\right)}}}$$

5) Déterminer l'expression des flux thermiques sortant du fusible en $x = 0$ et $x = L$. Commenter.

Correction

Déterminons le vecteur densité surfacique de flux.

$$\vec{j}\,(x) = -\lambda \frac{dT}{dx}\ \vec{u}_x = \frac{\lambda K}{2}\left(2x - L\right)\ \vec{u}_x = \frac{I^2}{2\gamma S^2}\left(2x - L\right)\ \vec{u}_x$$

Le flux sortant en $x = L$:

$$\phi(L) = \vec{j}\,(L) \cdot S\vec{u}_x = \frac{LI^2}{2\gamma S} = \boxed{\frac{RI^2}{2}}$$

Le flux sortant en $x = 0$:

$$\phi(0) = \vec{j}\,(0) \cdot (-S\vec{u}_x) = \frac{LI^2}{2\gamma S} = \boxed{\frac{RI^2}{2}}$$

On retrouve que le flux total sortant du fusible est égal à la puissance thermique crée par effet Joule dans le fusible. C'est normal pour un régime permanent.

$$\mathcal{P}_{Joule} = RI^2 = \phi(0) + \phi(L)$$