

COMPRESSEUR ÉTAGÉ

On considère un gaz parfait, dont les capacités thermiques massiques à pression et volume constants sont respectivement :

$$c_p = \frac{\gamma r}{\gamma - 1} = 1,0 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1} \quad \text{et} \quad c_v = \frac{r}{\gamma - 1} = 0,714 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

où $r = R/M$, M étant la masse molaire du gaz.

Partant de conditions initiales ($P_0 = 1,0 \text{ bar}$, $T_0 = 273 \text{ K}$), le gaz est comprimé jusqu'à la pression $P_2 = 25 \text{ bar}$. On appelle $\beta = P_2/P_0$ le taux de compression.

On cherche à comparer les performances d'un compresseur simple à celles d'un compresseur étagé, où la compression est réalisée en deux étapes successives séparées d'un refroidissement du fluide. On suppose les transformations dans les compresseurs réversibles et sans variation d'énergie cinétique et potentielle du fluide.

1) Exprimer la température T_2 en sortie du compresseur en fonction du taux de compression et de la température d'entrée T_0 .

Correction

La compression est adiabatique réversible : on applique donc la loi de Laplace, sous la forme $P^{1-\gamma}T^\gamma = \text{cte}$. Ainsi,

$$T_2 = T_0 \beta^{(\gamma-1)/\gamma} = 685 \text{ K}$$

2) Montrer que le travail reçu par le fluide dans le compresseur simple vaut :

$$w = c_p T_0 \left(\beta^{(\gamma-1)/\gamma} - 1 \right)$$

Correction

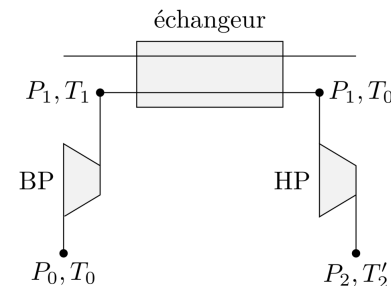
La compression est adiabatique, réversible et on néglige les variations d'énergie cinétique et potentielle. D'après le premier principe entre la sortie et l'entrée du compresseur,

$$\Delta h = w + 0$$

Comme le fluide est un gaz parfait, on a d'après la loi de Joule :

$$\Delta h = c_p \Delta T \quad \Rightarrow \quad w = c_p (T_2 - T_0) = c_p T_0 \left(\beta^{(\gamma-1)/\gamma} - 1 \right) = 412 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

La température T_2 est relativement élevée, et peut risquer d'endommager certains éléments du compresseur, en particulier les soupapes d'ouverture et de fermeture.



Pour contourner cette difficulté, on préfère utiliser un compresseur à deux étages, qui permet d'atteindre le même rapport de compression mais avec une température finale plus faible.

- Dans l'étage basse pression (BP), le fluide est comprimé de façon isentropique jusqu'à la pression P_1 . On note $\beta_1 = P_1/P_0$ le taux de compression correspondant.
- Dans l'étage haute pression (HP), le fluide est comprimé de façon isentropique jusqu'à la pression P_2 . On note $\beta_2 = P_2/P_1$ le taux de compression correspondant.
- Entre les deux étages, le fluide subit un refroidissement isobare dans un échangeur thermique jusqu'à retrouver sa température initiale T_0 .

3) Montrer que le travail total w' que le fluide reçoit dans le compresseur étagé vaut :

$$w' = c_p T_0 \left(\beta_1^{(\gamma-1)/\gamma} + \beta_2^{(\gamma-1)/\gamma} - 2 \right)$$

Correction

Comme un échangeur ne contient pas de parties mobiles, le travail w' est la somme des travaux reçus dans les étages basse et haute pression. Pour les BP et les HP, on peut appliquer le même raisonnement que dans les deux premières questions. Il vient :

$$w' = w_{\text{BP}} + w_{\text{HP}} = c_p T_0 \left(\beta_1^{(\gamma-1)/\gamma} + \beta_2^{(\gamma-1)/\gamma} - 2 \right)$$

On admet que w' est minimal si la pression de l'étage intermédiaire vérifie :

$$P_1 = \sqrt{P_0 P_2}$$

4) Calculer littéralement et numériquement β_1 et β_2 lorsque cette condition est satisfaite.

Correction

Lorsque $P_1 = \sqrt{P_0 P_2}$:

$$\beta_1 = \beta_2 = \sqrt{\frac{P_2}{P_0}} = 5$$

5) Calculer numériquement T_1 et T_2' dans le cas du compresseur optimisé. Comparer à la température T_2 obtenue précédemment. Conclure.

Correction

En repartant de la loi de Laplace,

$$T_2' = T_1 = T_0 \times \beta^{(\gamma-1)/\gamma} = 432 \text{ K}$$

Cette température est donc nettement moins élevée (250 K de différence) que la température T_2 obtenue en sortie du compresseur mono-étagé.

6) Calculer numériquement le travail du compresseur étagé optimisé, et comparer au travail dépensé pour un compresseur mono-étagé. Conclure.

Correction

On déduit de ce qui précède :

$$w' = 2c_p (T_2' - T_0) = 319 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

ce qui représente un gain d'environ 25 % par rapport au compresseur mono-étagé. En plus de permettre des températures moins élevées, l'utilisation de compresseurs étagés est également plus économique.