

## RESSORT DANS UN ASCENSEUR

Un point matériel M de masse  $m$  est suspendu au plafond d'une cage d'ascenseur par un ressort de constante de raideur  $k$  et de longueur à vide  $\ell_0$ . On se place dans le référentiel  $\mathcal{R}$  lié à l'ascenseur.

1) L'ascenseur est arrêté. Déterminer la longueur  $\ell_1$  du ressort pour M à l'équilibre dans  $\mathcal{R}$ .

### Correction

Le point M est soumis à son poids et à la force de rappel du ressort. Le PFD à l'équilibre dans  $\mathcal{R}$  donne :

$$0 = mg - k(\ell_1 - \ell_0) \Rightarrow \ell_1 = \ell_0 + \frac{mg}{k}$$

2) L'ascenseur est animé d'un mouvement vertical uniforme. Déterminer la longueur  $\ell_2$  du ressort pour M à l'équilibre dans  $\mathcal{R}$ .

### Correction

Le mouvement étant uniforme, le référentiel  $\mathcal{R}$  est toujours galiléen. On a donc

$$\ell_2 = \ell_1$$

3) L'ascenseur est animé d'un mouvement vertical uniformément accéléré vers le haut, de vecteur accélération  $\vec{a}_0 = -a_0 \vec{u}_z$  (avec  $a_0 > 0$  et  $\vec{u}_z$  vers le bas). Déterminer la longueur  $\ell_3$  du ressort pour M à l'équilibre dans  $\mathcal{R}$ .

### Correction

Cette fois, il faut tenir compte de la force d'inertie d'entraînement.

$$0 = mg - k(\ell_3 - \ell_0) + ma_0 \Rightarrow \ell_3 = \ell_0 + \frac{m(g + a_0)}{k} = \ell_1 + \frac{ma_0}{k}$$

4) Étudier le mouvement de la masse, initialement au repos, lorsque l'ascenseur démarre vers le haut avec une accélération  $\vec{a}_0$  constante.

### Correction

Le PFD hors équilibre donne :

$$m\ddot{z} = mg - k(z - \ell_0) + ma_0 \Rightarrow \ddot{z} + \omega_0^2 z = \omega_0^2 \ell_3 \quad \text{avec : } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Il s'agit d'un oscillateur harmonique dont la solution générale est :

$$z(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t) + \ell_3$$

Les conditions initiales imposent :

$$\begin{cases} z(0) = \ell_1 = A + \ell_3 \Rightarrow A = -\frac{ma_0}{k} \\ \dot{z}(0) = 0 = B\omega_0 \Rightarrow B = 0 \end{cases}$$

On en déduit donc

$$z(t) = \ell_3 - \frac{ma_0}{k} \cos(\omega_0 t)$$