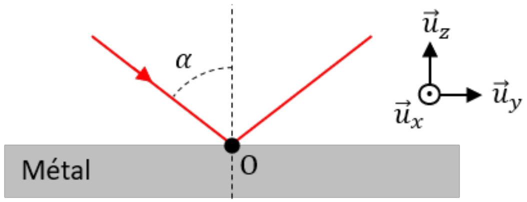
Réflexion sur un métal sous incidence oblique

Une onde plane monochromatique polarisée rectilignement, de pulsation ω, de vecteur d'onde $\overrightarrow{k_i}$ se propage dans le vide et arrive avec l'angle d'incidence α (angle par rapport à la normale, convention de l'optique géométrique) sur la surface d'un métal parfaitement conducteur qui occupe le demi-espace $z < 0$.



Dans un premier temps on suppose que le champ électrique $\overrightarrow{E_i}$ de l'onde incidente est compris dans le plan d'incidence $(\mathrm{O}yz)$.

On rappelle que les champs $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{B}$ sont nuls dans un conducteur parfait. On donne les relations de passage à l'interface entre deux milieux 1 et 2 :

$$\overrightarrow{E_2} - \overrightarrow{E_1} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\,\overrightarrow{n}_{1\to 2} \quad \text{et} \quad \left(\overrightarrow{B_2} - \overrightarrow{B_1}\right) \wedge \overrightarrow{n}_{1\to 2} = -\mu_0\,\overrightarrow{j_s}$$

où σ et $\overrightarrow{j_s}$ sont respectivement les densités surfaciques de charge et de courant à l'interface, et $\overrightarrow{n}_{1\to 2}$ le vecteur unitaire normal dirigé de 1 vers 2.

1) Exprimer $\overrightarrow{E_i}(\mathrm{M},t)$.

Correction

L'onde incidente se propage selon la direction :

$$\overrightarrow{k_i} = k\Big[\sin(\alpha)\,\overrightarrow{u_y} - \cos(\alpha)\,\overrightarrow{u_z}\Big] \quad \text{avec :} \quad k = \frac{\omega}{c}$$

Le champ électrique $\overrightarrow{E_i}$ est perpendiculaire $\overrightarrow{k_i}$ et inclus dans le plan d'incidence. Donc :

$$\overrightarrow{E_i}(\mathrm{O}, t=0) = \overrightarrow{E_0} = E_0\Big[\cos(\alpha)\,\overrightarrow{u_y} + \sin(\alpha)\,\overrightarrow{u_z}\Big]$$

Finalement, l'onde étant polarisée rectilignement, on a :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{E_i}(\mathrm{M},t) &= \overrightarrow{E_0}\cos\Big(\omega t - \overrightarrow{k_i}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OM}}\Big)\\ &= \boxed{E_0\Big[\cos(\alpha)\,\overrightarrow{u_y} + \sin(\alpha)\,\overrightarrow{u_z}\Big]\cos(\omega t - k\,\sin(\alpha)\,y + k\,\cos(\alpha)\,z)}\end{aligned}$$

2) Montrer qu'il doit exister une onde réfléchie. On admet qu'il s'agit d'une OPPH et que la direction de son vecteur d'onde $\overrightarrow{k_r}$ est donnée par la loi de Descartes de l'optique géométrique. Exprimer $\overrightarrow{k_r}$.

Correction

Sans onde réfléchie, la relation de passage donne :

$$\overrightarrow{E_2} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\,\overrightarrow{u_z} \quad \Rightarrow \quad E_0 = 0$$

Ce qui correspond au cas où il n'y a pas d'onde. Il existe donc une onde réfléchie de vecteur d'onde :

$$\boxed{\overrightarrow{k_r} = k\Big[\sin(\alpha)\,\overrightarrow{u_y} + \cos(\alpha)\,\overrightarrow{u_z}\Big]}$$

3) Montrer par un raisonnement énergétique que le champ électrique $\overrightarrow{E_r}$ est tel que $\|\overrightarrow{E_i}(\mathrm{O},t)\| = \|\overrightarrow{E_r}(\mathrm{O},t)\|$, avec O le point d'incidence.

Correction

Le vecteur de Poynting d'une OPP dans le vide est : $\overrightarrow{\Pi} = \varepsilon_0 c E^2 \overrightarrow{u}$ où $\overrightarrow{u}$ est le vecteur unitaire dans le sens de la propagation.

On en déduit :

$$\overrightarrow{\Pi_i} = \varepsilon_0 c E_i^2\Big[\sin(\alpha)\,\overrightarrow{u_y} - \cos(\alpha)\,\overrightarrow{u_z}\Big] \quad \text{et} \quad \overrightarrow{\Pi_r} = \varepsilon_0 c E_r^2\Big[\sin(\alpha)\,\overrightarrow{u_y} + \cos(\alpha)\,\overrightarrow{u_z}\Big]$$

Le conducteur est parfait, donc il n'absorbe aucune énergie. La puissance incidente sur la conducteur doit donc être égale à la puissance réfléchie :

$$\overrightarrow{\Pi_i}\cdot(-dS\;\overrightarrow{u_z}) = \overrightarrow{\Pi_r}\cdot(dS\;\overrightarrow{u_z}) \quad \Rightarrow \quad |E_i| = |E_r| \quad \Rightarrow \quad \boxed{\|\overrightarrow{E_i}(\mathrm{O},t)\| = \|\overrightarrow{E_r}(\mathrm{O},t)\|}$$

4) Représenter $\overrightarrow{E_i}$, $\overrightarrow{E_r}$, $\overrightarrow{B_i}$ et $\overrightarrow{B_r}$ des deux ondes tels qu'il sont au point O et à l'instant $t = 0$.

Correction

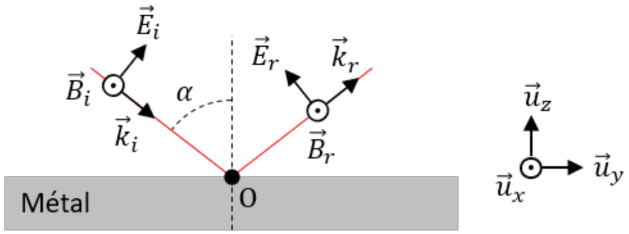
Le champ $\overrightarrow{E_r}$ est perpendiculaire $\overrightarrow{k_r}$ et inclus dans le plan d'incidence. Pour respecter la relation de passage, il faut également que $\overrightarrow{E_i}(\mathrm{O},t)+\overrightarrow{E_r}(\mathrm{O},t)$ soit selon $\overrightarrow{u_z}$

$$\overrightarrow{E_i}(\mathrm{O},t)+\overrightarrow{E_r}(\mathrm{O},t)=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\,\overrightarrow{u_z}\quad\Rightarrow\quad\begin{pmatrix}0\\ E_0\,\cos(\alpha)\cos(\omega t)\\ E_0\,\sin(\alpha)\cos(\omega t)\end{pmatrix}+\overrightarrow{E_r}(\mathrm{O},t)=\begin{pmatrix}0\\0\\ \sigma/\varepsilon_0\end{pmatrix}$$

On en déduit que $\overrightarrow{E_r}$ pointe vers « en haut à gauche » :

$$\overrightarrow{E_r}(\mathrm{O},t)=\begin{pmatrix}0\\ -E_0\,\cos(\alpha)\cos(\omega t)\\ E_0\,\sin(\alpha)\cos(\omega t)\end{pmatrix}$$

On en déduit le champ magnétique à l'aide de la relation de structure de l'OPPH dans le vide.



5) Exprimer $\overrightarrow{E_r}(\mathrm{M},t)$.

Correction

Avec ce qui précède, on a immédiatement :

$$\boxed{\overrightarrow{E_r}(\mathrm{M},t)=E_0\Big[-\cos(\alpha)\,\overrightarrow{u_y}+\sin(\alpha)\,\overrightarrow{u_z}\Big]\cos(\omega t-k\,\sin(\alpha)\,y-k\,\cos(\alpha)\,z)}$$

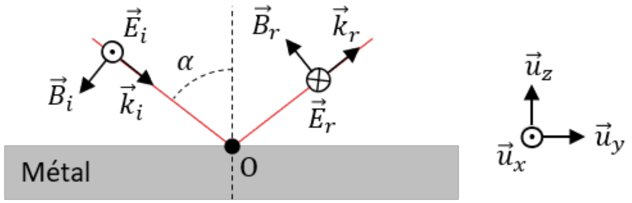
6) Reprendre l'exercice dans le cas où $\overrightarrow{E_i}$ est perpendiculaire au plan d'incidence.

Correction

Les vecteur d'onde sont les mêmes. Cette fois le champ est polarisée rectilignement selon $\overrightarrow{u_x}$. On en déduit :

$$\begin{cases}\overrightarrow{E_i}(\mathrm{M},t)=E_0\,\cos(\omega t-k\,\sin(\alpha)\,y+k\,\cos(\alpha)\,z)\,\overrightarrow{u_x}\\ \overrightarrow{E_r}(\mathrm{M},t)=-E_0\,\cos(\omega t-k\,\sin(\alpha)\,y-k\,\cos(\alpha)\,z)\,\overrightarrow{u_x}\end{cases}$$

On en déduit le champ magnétique à l'aide de la relation de structure de l'OPPH dans le vide.



7) Quelles sont les composantes du champ électromagnétique qui subissent un déphasage de π à la réflexion sur le métal parfait ?

Correction

La réflexion métallique s'accompagne d'un déphasage de π, c'est-à-dire d'un changement de signe, pour les composantes : E_x, E_y et B_z.