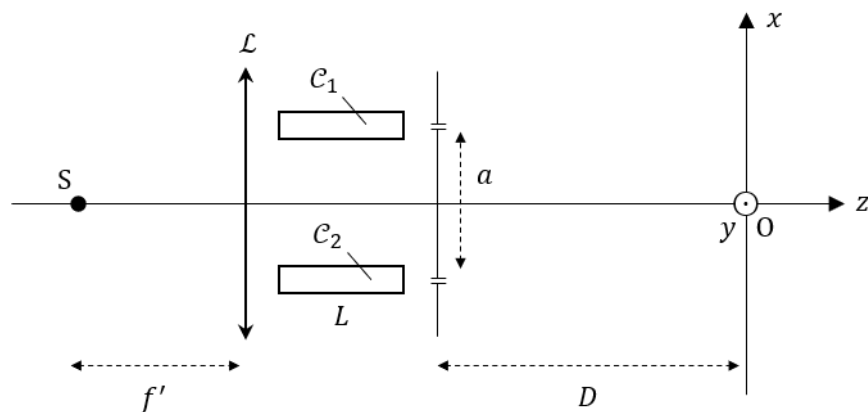


DÉTECTEUR INTERFÉROMÉTRIQUE À CONCENTRATION

On réalise le montage ci-dessous. La source est monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ_0 . Les rayons lumineux traversent deux cuves transparentes \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 identiques. Un écran d'observation est disposé à une distance $D \gg a$ et un détecteur de lumière est positionné en O. Les cuves sont initialement remplies d'air dans les conditions standard de température et de pression. On note n_1 l'indice de l'air dans ces conditions supposées réalisées à l'extérieur des cuves également.



1) Déterminer une expression de l'intensité $I(x)$ observée sur l'écran.

Correction

D'après la formule de Fresnel :

$$I = 2I_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \delta\right) \right)$$

Détermination de la différence de marche δ .

$$\delta = (O_2M) - (O_1M)$$

avec :

$$\begin{aligned} O_2M &= \sqrt{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 + D^2} \\ &= D \sqrt{1 + \left(\frac{x + a/2}{D}\right)^2 + \left(\frac{y}{D}\right)^2} \\ &\simeq D \left[1 + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{x + a/2}{D}\right)^2 + \left(\frac{y}{D}\right)^2 \right] \right] \end{aligned}$$

et :

$$\begin{aligned} O_1M &= \sqrt{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 + D^2} \\ &= D \sqrt{1 + \left(\frac{x - a/2}{D}\right)^2 + \left(\frac{y}{D}\right)^2} \\ &\simeq D \left[1 + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{x - a/2}{D}\right)^2 + \left(\frac{y}{D}\right)^2 \right] \right] \end{aligned}$$

Après simplification :

$$\delta = \frac{n_1 a x}{D}$$

Ainsi :

$$I(x) = 2I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi n_1 a x}{\lambda_0 D}\right) \right]$$

Dans la cuve \mathcal{C}_2 , on remplace progressivement l'air par du monoxyde de carbone CO d'indice n_2 . On note n_2 l'indice optique atteint lorsque le monoxyde de carbone CO a totalement remplacé l'air dans \mathcal{C}_2 . On constate que lors de ce remplacement les franges se déplacent vers le haut.

2) Quel est le signe de $n_2 - n_1$?

Correction

La présence de CO modifie la différence de marche. On a cette fois :

$$\delta = \left[(O_2M) + n_2 L \right] - \left[(O_1M) + n_1 L \right] = L(n_2 - n_1) + \frac{n_1 a x}{D}$$

La nouvelle position de la frange d'ordre 0 est :

$$\delta = 0 \Rightarrow L(n_2 - n_1) + \frac{n_1 a x_0}{D} = 0 \Rightarrow x_0 = -\frac{LD(n_2 - n_1)}{n_1 a}$$

Or d'après l'énoncé, les franges se déplacent vers le haut. L'ordre 0, initialement présente au point O se retrouve donc à une abscisse $x_0 > 0$. On en déduit que

$$n_2 - n_1 < 0$$

3) Soit n l'indice du mélange {air + CO} en cours de remplissage. Donner l'expression de l'intensité $I(x)$ au cours du remplissage.

Correction

En remplaçant n_2 par n dans la formule précédente et en utilisant la formule de Fresnel :

$$I(x) = 2I_0 \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \left[L(n - n_1) + \frac{n_1 a x}{D} \right] \right) \right]$$

On suppose que le plus petit déplacement décelable des franges est égal à $i/10$ (avec i l'interfrange). On admet également que :

$$n = n_1 + (n_2 - n_1) f$$

où f est la fraction molaire de CO du mélange.

4) Déterminer quelle la plus petite fraction molaire f_{min} détectable par ce dispositif, en fonction de λ_0 , i , L , n_1 et n_2 .

Correction

On a :

$$I(x) = 2I_0 \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \left[L(n_2 - n_1) f + \frac{n_1 a x}{D} \right] \right) \right]$$

L'interfrange vaut :

$$i = \frac{\lambda_0 D}{n_1 a}$$

Suivons par exemple la position de l'ordre 0 (donc $\delta = 0$). On cherche la fraction f_{min} qui provoque un déplacement de $+i/10$. Ainsi :

$$\delta = 0 = L(n_2 - n_1) f_{min} + \frac{n_1 a \times i/10}{D} \Rightarrow f_{min} = \frac{\lambda_0 i}{10L(n_1 - n_2)}$$