

RÉFLEXION SUR UN CONDUCTEUR RÉEL

On rappelle la relation de dispersion dans un conducteur réel :

$$\underline{k} = \frac{1-j}{\delta} \quad \text{avec :} \quad \delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma \omega}}$$

On rappelle la relation de dispersion dans le vide : $k_0 = \omega/c$

On envoie une onde incidente sur un conducteur réel occupant le demi-espace $x > 0$.

On note :

$$\underline{\vec{E}}_i = E_0 e^{i(\omega t - k_0 x)} \underline{\vec{u}}_z$$

le champ électrique incident qui se propage dans le vide ($x < 0$). Les ondes réfléchies et transmises ont pour forme :

$$\underline{\vec{E}}_r = r E_0 e^{i(\omega t + k_0 x)} \underline{\vec{u}}_z \quad \text{et} \quad \underline{\vec{E}}_t = t E_0 e^{i(\omega t - \underline{k} x)} \underline{\vec{u}}_z$$

Les champs électrique et magnétique sont supposés continus à l'interface $x = 0$.

Dans le cas de la réflexion sur un conducteur parfait, on rappelle que $\underline{r} = -1$ et $\underline{t} = 0$.

1) Exprimer les champs magnétiques incidents, réfléchis et transmis.

Correction

On utilise la relation de structure des OPPH et pseudo-OPPH :

$$\begin{cases} \underline{\vec{B}}_i = \frac{\underline{\vec{u}}_x \wedge \underline{\vec{E}}_i}{c} = -\frac{E_0}{c} e^{i(\omega t - k_0 x)} \underline{\vec{u}}_y \\ \underline{\vec{B}}_r = \frac{-\underline{\vec{u}}_x \wedge \underline{\vec{E}}_r}{c} = \frac{r E_0}{c} e^{i(\omega t + k_0 x)} \underline{\vec{u}}_y \\ \underline{\vec{B}}_t = \frac{\underline{k} \underline{\vec{u}}_x \wedge \underline{\vec{E}}_t}{\omega} = -\frac{t k E_0}{c} e^{i(\omega t - \underline{k} x)} \underline{\vec{u}}_y \end{cases}$$

2) Trouver deux relations reliant \underline{r} et \underline{t} .

Correction

Continuité du champ électrique à l'interface ($x = 0$) :

$$\underline{\vec{E}}_i + \underline{\vec{E}}_r = \underline{\vec{E}}_t \quad \Rightarrow \quad \boxed{1 + r = t}$$

Continuité du champ magnétique à l'interface ($x = 0$) :

$$\underline{\vec{B}}_i + \underline{\vec{B}}_r = \underline{\vec{B}}_t \quad \Rightarrow \quad \boxed{k_0(1 - r) = \underline{k} t}$$

3) Posons $\underline{n} = \underline{k}/k_0$. Déterminer les coefficients de réflexion et transmission \underline{r} et \underline{t} en fonction de \underline{n} . Étudier le cas limite $\gamma \rightarrow \infty$.

Correction

On trouve :

$$\underline{r} = \frac{1 - \underline{n}}{1 + \underline{n}} \quad \text{et} \quad \underline{t} = \frac{2}{1 + \underline{n}}$$

Dans le cas limite $\gamma \rightarrow \infty$, alors :

$$\underline{n} \rightarrow \infty \quad \Rightarrow \quad \boxed{\underline{r} \rightarrow -1 \quad \text{et} \quad \underline{t} \rightarrow 0}$$

On retrouve bien le résultat du conducteur parfait.

4) En déduire les coefficients de réflexion R et transmission T en énergie. On les exprimera en fonction de \underline{r} , \underline{t} et \underline{n} . Que retrouve-t-on dans le cas limite $\gamma \rightarrow \infty$?

Correction

Calculons les vecteurs de Poynting moyens.

$$\langle \underline{\vec{\Pi}}_i \rangle = \frac{1}{2\mu_0} \mathcal{R}e(\underline{\vec{E}}_i \wedge \underline{\vec{B}}_i^*) = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c} \underline{\vec{u}}_x$$

De même :

$$\langle \underline{\vec{\Pi}}_r \rangle = -\frac{E_0^2}{2\mu_0 c} |r|^2 \underline{\vec{u}}_x \quad \text{et} \quad \langle \underline{\vec{\Pi}}_t \rangle = -\frac{E_0^2}{2\mu_0 \omega} \mathcal{R}e(\underline{k}) |t|^2 \underline{\vec{u}}_x$$

On en déduit :

$$R = \frac{\|\langle \underline{\vec{\Pi}}_r \rangle\|}{\|\langle \underline{\vec{\Pi}}_i \rangle\|} = |r|^2 \quad \text{et} \quad T = \frac{\|\langle \underline{\vec{\Pi}}_t \rangle\|}{\|\langle \underline{\vec{\Pi}}_i \rangle\|} = \mathcal{R}e(\underline{n}) \times |t|^2$$

Dans le cas limite $\gamma \rightarrow \infty$, on a :

$$\boxed{R \rightarrow 1 \quad \text{et} \quad T \rightarrow 0}$$

L'onde est entièrement réfléchiée par le métal.

5) Quelle relation existe-t-il entre R et T ? Quelle est son interprétation physique?

Correction

On a :

$$R + T = \left(\frac{1-n}{1+n} \right)^2 + \frac{4n}{(1+n)^2} = 1$$

Cela traduit la conservation de l'énergie : l'onde est transmise et/ou réfléchiée, elle n'est pas absorbée par le plasma.