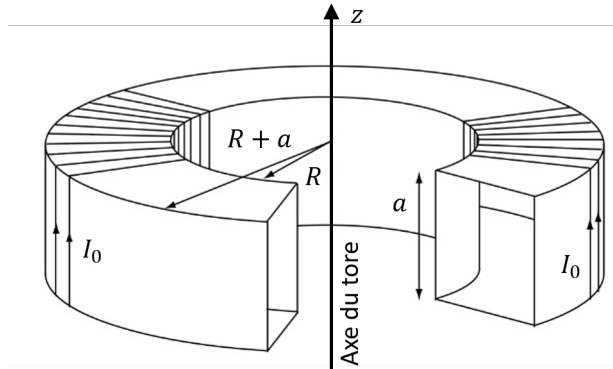


BOBINE TORIQUE

On considère une bobine torique formé de N spires jointives carrées (où N est très grand) telle que celle-ci :



1) Déterminer l'expression du champ magnétostatique à l'intérieur et à l'extérieur du tore.

Correction

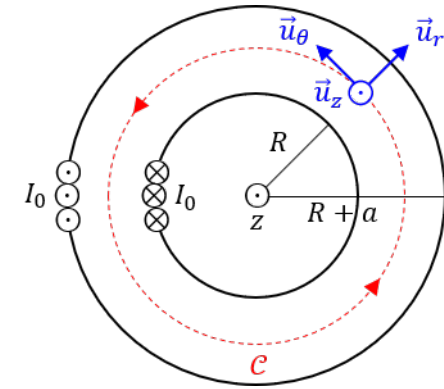
Soit $M = (r, \theta, z)$ un point quelconque de l'espace et $\mathbf{H} = (0, \theta, z)$ sont projeté orthogonal sur l'axe z .

La distribution de courant est invariante par rotation autour de l'axe (Oz) . Donc : $\vec{B}(M) = \vec{B}(r, z)$.

Le plan $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ est un plan de symétrie de la distribution de courant. Donc \vec{B} est orthogonal à ce plan. Ainsi :

$$\vec{B}(M) = B(r, z) \vec{u}_\theta$$

Schéma :



On applique le théorème de théorème d'Ampère sur un cercle d'axe (Oz) , de rayon r , et orienté de sorte que $d\vec{\ell} = r d\theta \vec{u}_\theta$.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{int}$$

Puisque l'intégrale porte sur la variable θ , le champ $\vec{B}(r, z)$ est constant et peut sortir de l'intégrale. Ainsi :

$$B(r, z) \times 2\pi r = \mu_0 I_{int} \quad \text{avec : } I_{int} = \begin{cases} -NI_0 & \text{si } M \text{ dans le tore} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

En effet :

- si l'altitude z n'est pas incluse dans le tore, aucun courant n'est enlacé par le contour d'Ampère : $I_{int} = 0$;
- si le rayon $r < R$, aucun courant n'est enlacé par le contour d'Ampère : $I_{int} = 0$;
- si le rayon $r > R + a$, il y a autant de courant enlacé « vers le haut » (compté positivement) que « vers le bas » (compté négativement) : $I_{int} = NI_0 - NI_0 = 0$.

Ainsi,

$$\vec{B}(M) = \begin{cases} -\frac{N\mu_0 I_0}{2\pi r} \vec{u}_\theta & \text{dans le tore} \\ \vec{0} & \text{hors du tore} \end{cases}$$

2) Si $a \rightarrow 0$, la distribution de courant devient-elle équivalente à celle d'une spire circulaire de rayon R ?

Correction

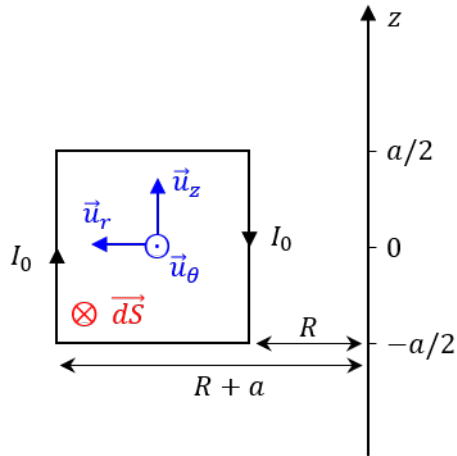
Il y a plusieurs manières de justifier que non.

- Le champ d'une spire d'axe z n'est pas selon \vec{u}_θ .
- Le champ du tore ne dépend même pas de a ...
- Si $a \rightarrow 0$ le tore n'a plus d'intérieur, donc $B = 0$ dans tout l'espace.
- etc. Une autre idée ?

3) Déterminer le flux magnétique à travers une spire, puis le flux total à travers le tore. En déduire l'inductance du tore.

Correction

Schéma :



Calculons le flux à travers une surface carrée du tore (attention au sens de \vec{dS} imposée par le sens de passage du courant).

$$\phi_1 = \iint \vec{B} \cdot \vec{dS} \quad \text{avec :} \quad \vec{dS} = -drdz \vec{u}_\theta$$

Ainsi :

$$\phi_1 = \frac{N\mu_0 I_0}{2\pi} \int_R^{R+a} \frac{dr}{r} \int_{-a/2}^{a/2} dz \Rightarrow \boxed{\phi_1 = \frac{N\mu_0 a I_0}{2\pi} \ln\left(\frac{R+a}{R}\right)}$$

Donc le flux total (flux propre) et l'inductance :

$$\boxed{\phi_{tot} = \frac{N^2 \mu_0 a I_0}{2\pi} \ln\left(\frac{R+a}{R}\right)} \quad \text{et} \quad \boxed{L = \frac{\phi_{tot}}{I_0} = \frac{N^2 \mu_0 a}{2\pi} \ln\left(\frac{R+a}{R}\right)}$$