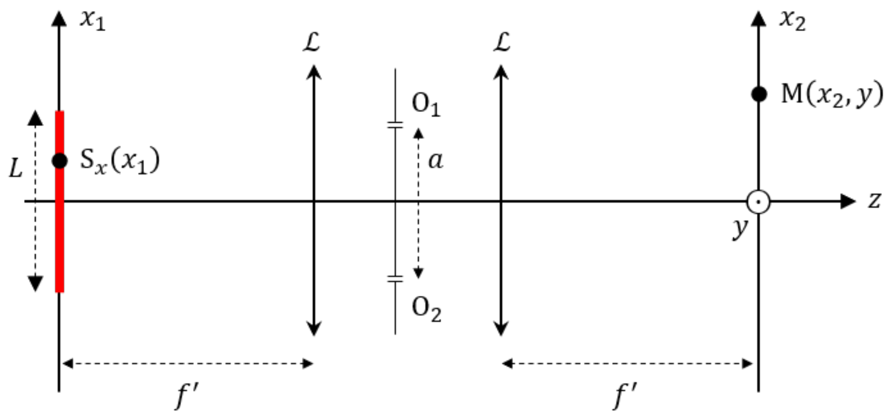
Trous d'Young éclairés par une source étendue

On considère le montage des trous d'Young ci-dessous éclairé par une source étendue de taille L, que l'on modélise par un ensemble de sources ponctuelles S_x. Le milieu est de l'air d'indice 1. La source est supposée monochromatique de longueur d'onde λ.

Les lentilles sont utilisées dans les conditions de Gauss et possèdent la même longueur focale f'.



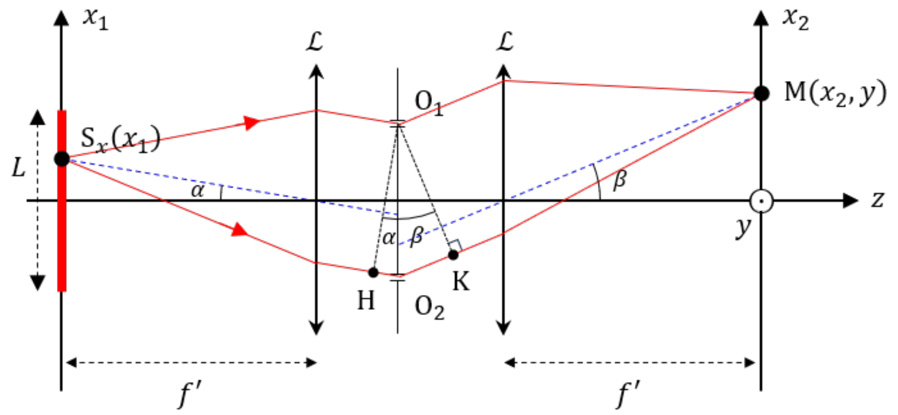
On considère la source S_x décalée de x_1 par rapport à l'axe optique.

1) Recopier le schéma et tracer les rayons issus de S_x qui interfèrent au point M d'abscisse x_2 sur l'écran.

Correction

On trace le rayon fictif qui passe par S_x et le centre de la lentille (pointillés bleus). Les rayons émergents de la lentille sont parallèles à ce rayon fictif. Avant la lentilles, tous les rayons se croisent en S_x (car S_x est dans le plan focal objet de la lentille).

On trace le rayon fictif qui passe par M et le centre de la lentille (pointillés bleus). Les rayons émergents des trous d'Young sont parallèles à ce rayon fictif. Après la lentilles, tous les rayons se croisent en M (car M est dans le plan focal image de la lentille).



2) Donner l'expression de p, l'ordre d'interférence en M.

Correction

Calculons la différence de marche :

$$\begin{aligned}
\delta &= (\mathrm{S}_x\mathrm{O}_2\mathrm{M}) - (\mathrm{S}_x\mathrm{O}_1\mathrm{M}) \\
&= \Big[(\mathrm{S}_x\mathrm{O}_2) + (\mathrm{O}_2\mathrm{M})\Big] - \Big[(\mathrm{S}_x\mathrm{O}_1) + (\mathrm{O}_1\mathrm{M})\Big] \\
&= \underbrace{(\mathrm{S}_x\mathrm{O}_2) - (\mathrm{S}_x\mathrm{O}_1)}_{=\,\delta_\mathrm{S}} + \underbrace{(\mathrm{O}_2\mathrm{M}) - (\mathrm{O}_1\mathrm{M})}_{=\,\delta_\mathrm{M}}
\end{aligned}$$

Or, à l'aide du théorème de Malus, on a :

$$\begin{cases}
\delta_\mathrm{S} = \mathrm{HO}_2 = a\,\sin(\alpha) \quad \text{avec :} \quad \alpha \ll 1\text{ rad} \quad \Rightarrow \quad \sin(\alpha) \simeq \tan(\alpha) = \dfrac{x_1}{f'} \\
\delta_\mathrm{M} = O_2K = a\,\sin(\beta) \quad \text{avec :} \quad \beta \ll 1\text{ rad} \quad \Rightarrow \quad \sin(\beta) \simeq \tan(\beta) = \dfrac{x_2}{f'}
\end{cases}$$

On en déduit l'ordre d'interférence :

$$\boxed{p = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{a}{\lambda f'}\,(x_1 + x_2)}$$

3) Déterminer Δp, la différence d'ordre d'interférences entre les sources ponctuelles B (située à l'extrémité haute de la source étendue) et A (située au centre de la source étendue).

Correction

On en déduit :

$$\Delta p = \frac{a}{\lambda f'}\left(\frac{L}{2} + x_2\right) - \frac{a}{\lambda f'}(0 + x_2) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta p = \frac{aL}{2\lambda f'}}$$

La longueur de cohérence spatiale de la source L_s est définie comme étant la plus petite longueur L telle qu'une frange brillante de A se superpose à une frange sombre de B.

4) Déterminer L_s en fonction de λ, f' et a.

Correction

La plus petite longueur L telle qu'une frange brillante de A se superpose à une frange sombre de B est :

$$\Delta p = \frac{aL_s}{2\lambda f'} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{L_s = \frac{\lambda f'}{a}}$$