# Propagation dans un milieu optiquement actif

Un milieu optiquement actif contient des molécules dites « chirales » c'est à dire qui ne se superposent pas à leur image dans un miroir (comme une main, un tire-bouchon ou un trièdre direct...). C'est la cas de nombreuses molécules naturelles puisque les acides aminés sont des composés chiraux. Le limonène est une molécule chirale. L'orange, contient du D-limonène. L'eucalyptus et la menthe poivrée, quant à eux, contiennent du L-limonène. Leurs propriétés vis à vis de la polarisation de la lumière sont différentes, ainsi que ses propriétés olfactives...

Formulaire :

$$\cos(p) + \cos(q) = 2\,\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\sin(p) - \sin(q) = 2\,\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

1) On admet que dans un milieu transparent, le champ EM se propage de la même manière que dans le vide, mais à une vitesse $v = c/n$ au lieu de $c$, avec $n$ est l'indice optique du milieu transparent. Quelle est alors l'équation de propagation de $\overrightarrow{E}$ dans un tel milieu ? Quelle est la relation entre $\omega$ et $k$ pour une OPPH ?

**Correction**

Équation de d'Alembert :

$$\Delta\overrightarrow{E} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\overrightarrow{E}}{\partial t^2} = \overrightarrow{0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta\overrightarrow{E} - \frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2\overrightarrow{E}}{\partial t^2} = \overrightarrow{0}}$$

Ainsi, en injectant la solution en OPPH dans l'équation de d'Alembert, on trouve :

$$k^2 - \frac{\omega^2}{(c/n)^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{k = \frac{n\omega}{c}}$$

Un milieu optiquement actif est un milieu transparent dans lequel les ondes circulaires droites et gauches ne se propagent pas à la même vitesse. Pour les ondes circulaires gauches (droites), l'indice est $n_g$ ($n_d$).

On envoie dans un tel milieu compris entre $z = 0$ et $z = L$ une onde initialement polarisée rectilignement selon $\overrightarrow{u_x}$ et se propageant dans la direction $\overrightarrow{u_z}$

$$\overrightarrow{E} = E_0\,\cos(\omega t - kz)\,\overrightarrow{u_x}$$

On supposera qu'à l'interface vide-milieu chiral l'onde est intégralement transmise.

2) Écrire l'onde incidente comme la somme d'une onde circulaire droite et d'une onde circulaire gauche.

**Correction**

On a :

$$\overrightarrow{E_i} = \underbrace{\frac{E_0}{2}\begin{pmatrix}\cos(\omega t - kz)\\ \sin(\omega t - kz)\\ 0\end{pmatrix}}_{\text{circulaire gauche}} + \underbrace{\frac{E_0}{2}\begin{pmatrix}\cos(\omega t - kz)\\ -\sin(\omega t - kz)\\ 0\end{pmatrix}}_{\text{circulaire droite}} = \overrightarrow{E_g} + \overrightarrow{E_d}$$

3) En déduire l'expression de l'onde dans le milieu chiral.

**Correction**

L'onde transmise vaut :

$$\overrightarrow{E_t} = \frac{E_0}{2}\begin{pmatrix}\cos(\omega t - k_g z)\\ \sin(\omega t - k_g z)\\ 0\end{pmatrix} + \frac{E_0}{2}\begin{pmatrix}\cos(\omega t - k_d z)\\ -\sin(\omega t - k_d z)\\ 0\end{pmatrix} \quad \text{avec :} \quad k_i = \frac{n_i\omega}{c}$$

4) Montrer qu'au cours de la traversée de la cuve, la polarisation reste rectiligne, mais qu'elle tourne d'un angle $\alpha(z)$ à déterminer.

**Correction**

On utilise le formulaire

$$\overrightarrow{E_t} = E_0\begin{pmatrix}\cos\left(\omega t - \frac{k_d+k_g}{2}z\right)\cos\left(\frac{k_d-k_g}{2}z\right)\\ \cos\left(\omega t - \frac{k_d+k_g}{2}z\right)\sin\left(\frac{k_d-k_g}{2}z\right)\\ 0\end{pmatrix}$$

On a donc :

$$\boxed{\overrightarrow{E_t} = E_0\,\cos\left(\omega t - \frac{k_d + k_g}{2} z\right)\overrightarrow{u} \quad \text{avec :} \quad \overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \alpha = \frac{k_d - k_g}{2} z}$$

où $\overrightarrow{u}$ est un vecteur unitaire faisant un angle $\alpha$ avec $\overrightarrow{u_x}$.