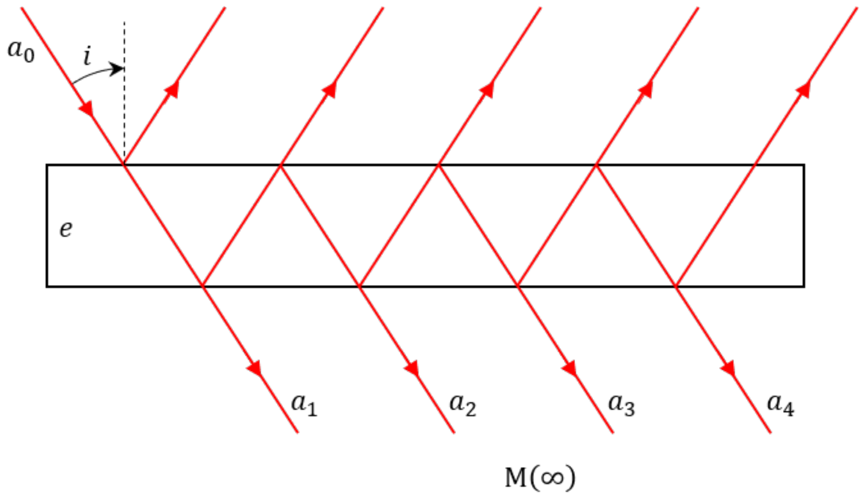
Interféromètre de Fabry-Perot

Un interféromètre de Fabry-Pérot est assimilé à une lame d'air d'épaisseur e comprise entre deux lames semi-réfléchissantes parallèles identiques. Ces lames sont supposées infiniment fines et sont traitées de telle sorte que leur coefficient de réflexion en énergie (c'est à dire pour l'éclairement) est égal à $R = 0{,}80$ (le coefficient de réflexion pour l'amplitude est égal à $r = \sqrt{R}$) ; elles sont sans pertes, de telle sorte que le coefficient de transmission est égal à $T = 1 - R$ (pour l'amplitude le coefficient de transmission vaut $t = \sqrt{T}$).

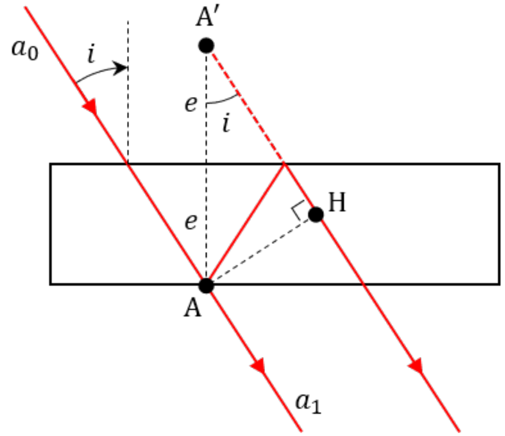
L'interféromètre est éclairé sous incidence i par une onde d'amplitude $a_0 = \sqrt{I_0}$ émise par une source ponctuelle monochromatique de longueur d'onde λ et on observe l'éclairement à l'infini, en un point M repéré par son inclinaison i par rapport à la normale aux lames.



1) Déterminer la différence de phase ϕ entre deux rayons successifs.

Correction

Notations :



La trajet de deux ondes successives est identique jusqu'au point A. À ce stade, pour l'onde réfléchie, tout ce passe comme si elle était émise du point A′, symétrique de A par rapport à la face supérieur. Ainsi, d'après le théorème de Malus, la différence de marche vaut :

$$\delta = \mathrm{A'H} = 2e\,\cos(i) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta = \frac{4\pi e}{\lambda}\,\cos(i)}$$

2) On considère qu'une infinité de rayons interfèrent en M. À quelle condition les interférences sont-elles constructives ?

Correction

Si elles sont en phase :

$$\boxed{\phi = 2\pi k \quad \text{avec :} \quad k \in \mathbb{Z}}$$

3) Établir l'expression de l'amplitude complexe $\underline{a_n}$ de la n-ième onde transmise, en fonction de R, ϕ, n et a_0.

Correction

La n-ième onde transmise a subit, par rapport à l'onde incidente : 2 transmissions, $2n - 2$ réflexions et un déphasage de $(n - 1/2)\,\phi$.

En effet, on peut vérifier que la formule marche pour $\underline{a_1}$: 2 transmissions (face du haut, face du bas), 0 réflexion et déphasage de $\phi/2$ (un aller simple dans la lame d'air, alors que ϕ représente un aller retour). Pour les ondes suivantes : on ajoute des réflexions et du déphasage.

On en déduit :

$$\underline{a_n} = a_0 t^2 r^{2n-2} e^{j(n-1/2)\phi} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\underline{a_n} = a_0 \left(1-R\right) \left(Re^{j\phi}\right)^{n-1} e^{j\phi/2}}$$

4) Déterminer l'éclairement $I(\mathrm{M})$ au point M en fonction de R, ϕ et I_0.

Correction

Toutes ces ondes sont cohérentes, on somme les amplitudes :

$$\underline{a_{tot}} = \sum_{n=1}^{\infty} \underline{a_n} = a_0 \left(1-R\right) e^{j\phi/2} \sum_{n=1}^{\infty} \left(Re^{j\phi}\right)^{n-1} = a_0 \left(1-R\right) e^{j\phi/2} \times \frac{1}{1-Re^{j\phi}}$$

On en déduit l'éclairement :

$$\boxed{I(\mathrm{M}) = \left|\underline{a_{tot}}\right|^2 = I_0 \; \frac{\left(1-R\right)^2}{1+R^2-2R\,\cos(\phi)}}$$

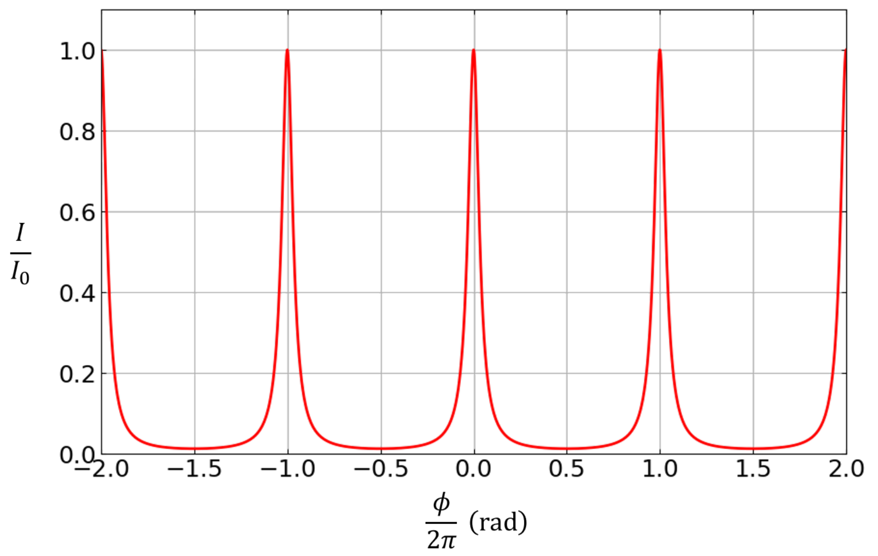
5) Tracer le graphe de la fonction de transfert :

$$\tau = \frac{I(\phi)}{I_0}$$

pour $\phi \in [-4\pi \;; 4\pi]$.

Correction

Graphe :



On appelle finesse du Fabry-Perot le rapport $\mathcal{F} = 2\pi/\Delta\phi$ où $\Delta\phi$ est la largeur à mi-hauteur des maxima de la courbe précédente. On suppose que $\Delta\phi \ll 1$.

6) Exprimer $\mathcal{F}$ et faire l'application numérique.

Correction

On cherche ϕ tel que $I = I_0/2$.

$$\frac{I_0}{2} = I_0 \; \frac{\left(1-R\right)^2}{1+R^2-2R\,\cos(\phi)} \quad \text{avec :} \quad \cos(\phi) \simeq 1 - \frac{\phi^2}{2}$$

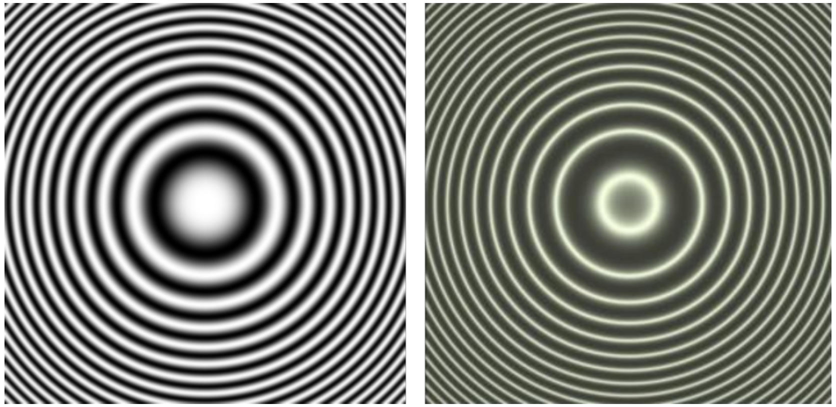
Après isolation de ϕ^2, on obtient :

$$\phi^2 = \frac{\left(1-R\right)^2}{R} \quad \Rightarrow \quad \phi = \pm \frac{1-R}{\sqrt{R}} \quad \Rightarrow \quad \Delta\phi = 2\,\frac{1-R}{\sqrt{R}}$$

On en déduit la finesse :

$$\boxed{\mathcal{F} = \frac{2\pi}{\Delta\phi} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} = 14{,}3}$$

Ci-dessous, on représente les anneaux d'interférence d'un interféromètre de Michelson, et d'un interféromètre de Fabry-Perot.



7) Que représente, sur les anneaux observés expérimentalement, la finesse du Fabry-Pérot (comparer à l'interféromètre de Michelson sur les deux figures suivantes). Quelle figure d'interférence correspond au Michelson et au Fabry-Perot ?

Correction

Les anneaux de l'interféromètre de Fabry-Perot (droite) sont beaucoup plus fins que ceux du Michelson (gauche), pour qui la finesse est de 2. On peut ainsi faire des mesures interférométriques bien plus précise avec un interféromètre de Fabry-Perot.