Résonance magnétique nucléaire

Rapport gyromagnétique

Une particule de masse m de charge q suit une trajectoire circulaire uniforme de rayon R et centre O compris dans le plan (Oxy).

1) Exprimer le moment cinétique $\vec{L}$ de la particule en O.

Correction

On a :

$$\boxed{\vec{L} = \overrightarrow{\mathrm{OM}} \wedge m\vec{v} = R\vec{u}_r \wedge mR\omega\vec{u}_\theta = mR^2\omega\vec{u}_z}$$

2) On peut assimiler la particule en mouvement, à une spire circulaire de rayon R, parcourue par un courant i. Exprimer i.

Correction

Il s'agit d'une spire de courant où une charge q fait un tour en un temps T. Ainsi,

$$\boxed{i \overset{\text{def}}{=} \frac{\delta q}{dt} = \frac{q}{T} = \frac{q\omega}{2\pi}}$$

3) Montrer que son moment magnétique se met sous la forme : $\vec{\mu} = \gamma\vec{L}$. Exprimer γ le rapport gyromagnétique de la particule.

Correction

Le moment magnétique d'une spire orientée dans le sens direct s'écrit :

$$\vec{\mu} = iS\vec{u}_z = \frac{q\omega}{2\pi}\,\pi R^2\;\vec{u}_z = \frac{q}{2m} \times mR^2\omega\vec{u}_z$$

On a bien :

$$\boxed{\vec{\mu} = \gamma\vec{L} \quad \text{avec :} \quad \gamma = \frac{q}{2m}}$$

Résonance magnétique

Un noyau atomique possède également un moment cinétique $\vec{L}$ et un moment magnétique $\vec{\mu}$ liés par la relation $\vec{\mu} = \gamma\vec{L}$.

On plonge un noyau atomique dans un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B_0\vec{u}_z$

4) Écrire l'équation différentielle traduisant l'évolution de $\vec{\mu}$ dans le référentiel du laboratoire (Oxyz) galiléen.

Correction

On applique le théorème du moment cinétique à la particule.

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\mu} \wedge \vec{B} \quad \Rightarrow \quad \frac{d\vec{\mu}}{dt} = \gamma\vec{\mu} \wedge \vec{B} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \vec{\omega}_0 \wedge \vec{\mu} \quad \text{avec :} \quad \vec{\omega}_0 = -\gamma\vec{B}}$$

5) Montrer que la composante du moment magnétique selon (Oz) est constant.

Correction

On projette l'équation précédente selon $\vec{u}_z$.

$$\frac{d\vec{\mu}}{dt} \cdot \vec{u}_z = \underbrace{\Big(\underbrace{\vec{\omega}_0}_{\propto\,\vec{u}_z} \wedge \vec{\mu}\Big)}_{\perp\,\vec{u}_z} \cdot \vec{u}_z \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{d\mu_z}{dt} = 0}$$

6) Montrer que le mouvement de $\vec{\mu}$ est une rotation de vecteur angulaire $\vec{\omega}_0$ dont on donnera l'expression.

Correction

On appelle $\mathcal{R}$ le référentiel terrestre galiléen et $\mathcal{R}'$ le référentiel tournant à la vitesse angulaire $\vec{\omega}_0$ par rapport à $\mathcal{R}$. On rappelle la formule de Varignon.

$$\left.\frac{d\vec{A}}{dt}\right|_{\mathcal{R}} = \left.\frac{d\vec{A}}{dt}\right|_{\mathcal{R}'} + \vec{\omega}_0 \wedge \vec{A}$$

Or on vient de montrer que :

$$\left.\frac{d\vec{\mu}}{dt}\right|_{\mathcal{R}} = \vec{\omega}_0 \wedge \vec{\mu} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\left.\frac{d\vec{\mu}}{dt}\right|_{\mathcal{R}'} = \vec{0}}$$

Le vecteur $\vec{\mu}$ est fixe dans $\mathcal{R}'$. Il s'agit donc bien d'un vecteur tournant à la vitesse angulaire $\vec{\omega}_0$ dans $\mathcal{R}$.

Le mouvement précédent est appelé précession (analogue de la précession d'une toupie dans le champ de pesanteur). La pulsation propre de se mouvement est $\vec{\omega}_0$. Quand on excite le moment magnétique avec un champ tournant à $\vec{\omega} = \vec{\omega}_0$, il y a résonance. La précision et la sensibilité des mesures qui peuvent être effectuées font de la RMN une technique de caractérisation très utilisée dans divers domaines notamment en physique de la matière, en chimie organique. En médecine, la RMN est utilisée comme technique d'imagerie : c'est l'imagerie par résonance magnétique ou IRM.