

SOLÉNOÏDE INFINI

Un solénoïde circulaire est constitué de N spires ($N \gg 1$) de même rayon R , de même axe (Oz), réparties régulièrement le long d'un cylindre de longueur ℓ et de même intensité I . On étudie le modèle limite d'un solénoïde infini, c'est à dire qu'on néglige les effets de bord. On admet que le champ magnétique est nul à l'extérieur du solénoïde.

1) Déterminer l'expression de la densité linéique de spires n du solénoïde.

Correction

Par définition,

$$n = \frac{N}{\ell}$$

2) Déterminer le champ magnétique $\vec{B}(M)$ créé en tout point M de l'espace. Le champ infiniment loin du solénoïde est supposé nul.

Correction

On se place en coordonnées cylindres ($O, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z$). Soit un point $M = (r, \theta, z)$ quelconque de l'espace.

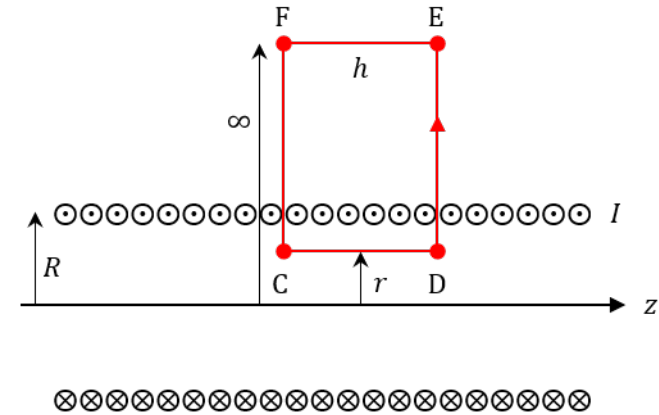
La distribution de courant est invariante par translation selon \vec{u}_z et par rotation autour de (Oz). Donc le champ magnétique l'est également.

$$\vec{B}(M) = \vec{B}(r)$$

Le plan ($M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta$) est un plan de symétrie de la distribution de courant. Donc $\vec{B}(M)$ est orthogonal à ce plan.

$$\vec{B}(M) = B(r) \vec{u}_z$$

On prend comme contour d'Ampère un rectangle CDEF avec CD situé à une distance r de l'axe (Oz) et EF situé à une distance ∞ de l'axe.



Le théorème d'Ampère assure que :

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \underbrace{\int_{CD} \vec{B} \cdot d\vec{\ell}}_{= B(r)h} + \underbrace{\int_{DE} \vec{B} \cdot d\vec{\ell}}_{= 0 \text{ car } \vec{B} \perp d\vec{\ell}} + \underbrace{\int_{EF} \vec{B} \cdot d\vec{\ell}}_{= 0 \text{ car } B(\infty) = 0} + \underbrace{\int_{FC} \vec{B} \cdot d\vec{\ell}}_{= 0 \text{ car } \vec{B} \perp d\vec{\ell}} = \mu_0 i_{int}$$

Enfin,

$$i_{int} = \begin{cases} nhI & \text{si : } r < R \\ 0 & \text{si : } r > R \end{cases} \Rightarrow \vec{B}(M) = \begin{cases} \mu_0 n I \vec{u}_z & \text{si : } r < R \\ \vec{0} & \text{si : } r > R \end{cases}$$

3) Évaluer le champ magnétique produit par le solénoïde du CERN : $\ell = 13$ m ; $N = 2120$; $I = 19,5$ kA et $\mu_0 = 1,26 \times 10^{-6}$ H · m⁻¹. Savez-vous pourquoi le solénoïde est refroidi à -267 °C ?

Correction

AN :

$$B = 4,0 \text{ T}$$

À cette température, les conducteurs sont dans l'état supraconducteur (résistance nulle). Il n'y a donc pas d'effet Joule, ce qui est pratique quand on fait passer un courant de 19,5 kA !