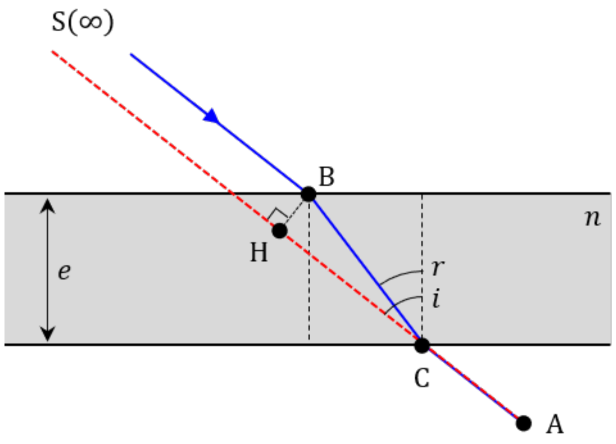
Différence de marche induite par une lame

Une lame de verre à faces parallèles, d'épaisseur e est d'indice n est interposée entre une source S située à l'infini dans l'air d'indice 1 et un point A.

1) Tracer le rayon lumineux issu de S qui arriverait en A en l'absence de lame, ainsi que le rayon qui arrive en A en présence de la lame.

Correction

Tracé :



On s'intéresse à la différence des chemins optiques entre S et A en présence et en l'absence de la lame :

$$\delta = (\mathrm{SA})_{\text{avec lame}} - (\mathrm{SA})_{\text{sans lame}}$$

2) Montrer que :

$$\delta = e\Big[n\,\cos(r) - \cos(i)\Big]$$

où i est l'angle d'incidence des rayons lumineux sur la lame et r l'angle de réfraction dans la lame.

Correction

En B et H, les rayons sont en phase (on rappelle que le rouge voyage dans l'air). Ils sont ensuite superposés en C. La différence de marche vaut donc :

$$\delta = n \times \mathrm{BC} - \mathrm{HC}$$

Or, on a :

$$\cos(i-r) = \frac{\mathrm{HC}}{\mathrm{BC}} \quad \text{et} \quad \cos(r) = \frac{e}{\mathrm{BC}}$$

On en déduit :

$$\delta = \frac{ne}{\cos(r)} - \frac{e\,\cos(i-r)}{\cos(r)} = \frac{e}{\cos(r)}\Big[n - \cos(i)\cos(r) - \sin(i)\sin(r)\Big]$$

Or, avec la loi de Snell-Descartes :

$$\sin(i)\sin(r) = n\,\sin^2(r) = n\Big[1 - \cos^2(r)\Big]$$

Au final, on a bien :

$$\boxed{\delta = e\Big[n\,\cos(r) - \cos(i)\Big]}$$

3) Évaluer δ en fonction de i, e et n lorsque $i \ll 1$ rad par un développement limité à l'ordre 2.

Correction

$$\delta = e\left[n\left(1 - \frac{r^2}{2}\right) - \left(1 - \frac{i^2}{2}\right)\right] \quad \text{avec :} \quad i = nr$$

On en déduit :

$$\boxed{\delta = e\,(n-1) + \frac{ei^2}{2}\left(1 - \frac{1}{n}\right)}$$