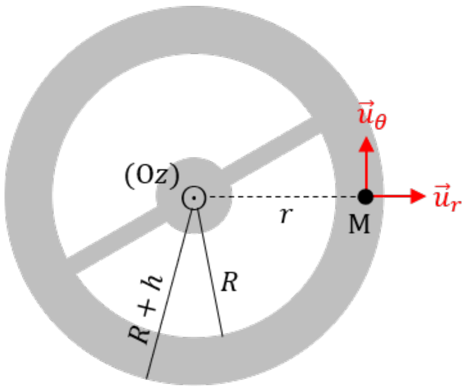
Station spatiale Elysium

En 2517, la station spatiale Elysium est inaugurée et mise en marche par le président de l'humanité E. McRon.

De forme torique de section rectangulaire, Elysium tourne autour d'un axe (Oz) à la vitesse angulaire constante ω afin de créer une gravité artificielle de l'ordre de g (l'accélération de pesanteur sur Terre, qui vaut $g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$). La partie habitée de la station se situe entre les cylindres de rayons R et $R + h$ avec $h = 10\ \mathrm{m} \ll R$.



1) Rappeler les expressions des accélérations d'entraînement et de Coriolis en un point M de la station situé à la distance r de l'axe (Oz).

Correction

On a :

$$\boxed{\vec{a}_e = -\omega^2 \overrightarrow{\mathrm{HM}} \quad \text{et} \quad \vec{a}_c = 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}\,'}$$

2) Préciser le champ de gravité artificiel $\vec{g}_a(r)$ généré par la rotation de la station. Les habitants marchent-ils sur le cylindre intérieur ou extérieur ?

Correction

On rappelle qu'un champ de pesanteur est défini comme la somme de la force de gravitation (négligeable ici si on néglige la masse de la station) et de la force d'inertie d'entraînement, par unité de masse. Ainsi,

$$\boxed{\vec{g}_a = \omega^2 \overrightarrow{\mathrm{HM}} = r\omega^2 \vec{u}_r}$$

Les habitants marchent sur le cylindre extérieur (car le force est centrifuge).

3) La force de Coriolis doit être minimisée pour éviter les désagréments aux résidents. Estimer la vitesse angulaire maximale ω_m à ne pas dépasser pour que l'accélération de Coriolis subie par un habitant marchant à la vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_\theta$ avec $v_0 = 1\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ n'excède pas $g/25$.

Correction

On souhaite que :

$$2\omega v_0 < \frac{g}{25} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\omega_m = \frac{g}{50 v_0} = 0{,}196\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}} = 1{,}87\ \mathrm{tour \cdot min^{-1}}}$$

4) La station tourne autour de (Oz) à raison de 2 tours par minute. Quel rayon R permet d'obtenir une gravité égale à g en $r = R + h$? Calculer la variation relative de gravité entre $r = R$ et $r = R + h$. Conclure.

Correction

On souhaite avoir :

$$g = (R + h)\,\omega^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{R = \frac{g}{\omega^2} - h = 213\ \mathrm{m}}$$

Or, sur le cylindre intérieur :

$$g_{int} = R\omega^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{\Delta g}{g} = \frac{g - g_{int}}{g} = \frac{h}{R + h} = 4{,}5\ \%}$$

C'est beaucoup !