

# FIL INFINI

On considère un fil linéique infini d'axe  $(Oz)$ , parcouru par un courant constant d'intensité  $i$ .

1) Déterminer le champ magnétique  $\vec{B}(M)$  créé en tout point  $M$  de l'espace.

## Correction

On se place en coordonnées cylindres  $(O, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ . Soit un point  $M = (r, \theta, z)$  quelconque de l'espace.

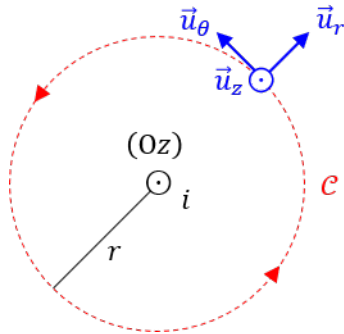
La distribution de courant est invariante par translation selon  $\vec{u}_z$  et par rotation autour de  $(Oz)$ . Donc le champ magnétique l'est également.

$$\vec{B}(M) = \vec{B}(r)$$

Le plan  $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$  est un plan de symétrie de la distribution de courant. Donc  $\vec{B}(M)$  est orthogonal à ce plan.

$$\vec{B}(M) = B(r) \vec{u}_\theta$$

On prend comme contour d'Ampère un cercle d'axe  $(Oz)$  de rayon  $r$ . Ainsi,  $d\vec{\ell} = r d\theta \vec{u}_\theta$



Le théorème d'Ampère assure que :

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 i_{int} \Rightarrow B(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

Conclusion :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \vec{u}_\theta$$

On prend désormais en compte le rayon du fil. On considère un fil cylindrique de rayon  $R$  infini, parcouru par une densité volumique de courant uniforme  $\vec{j} = j_0 \vec{u}_z$ .

2) Déterminer l'expression de  $j_0$  pour qu'un courant d'intensité  $i$  parcourt le fil.

## Correction

On a :

$$i = \iint \vec{j} \cdot d\vec{S} = j_0 \pi R^2 \Rightarrow j_0 = \frac{i}{\pi R^2}$$

3) Déterminer le champ magnétique  $\vec{B}(M)$  créé en tout point  $M$  de l'espace.

## Correction

On reprend l'étude précédente. Cette fois, on distingue alors les cas où  $r \leq R$  et  $r \geq R$ .

$$i_{int}(r \leq R) = j_0 \pi r^2 = i \left(\frac{r}{R}\right)^2 \quad \text{et} \quad i_{int}(r \geq R) = i$$

Conclusion :

$$\vec{B}(M) = \begin{cases} \frac{\mu_0 i r}{2\pi R^2} \vec{u}_\theta & \text{si : } r \leq R \\ \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \vec{u}_\theta & \text{si : } r \geq R \end{cases}$$