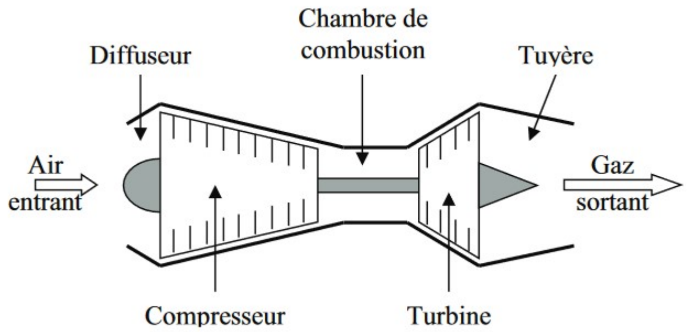
Étude d'un turboréacteur

Un turboréacteur fonctionne selon le cycle théorique ouvert de Brayton. Les conditions d'étude de ce cycle sont les suivantes.

- L'air est considéré comme un gaz parfait. Sa capacité thermique massique à pression constante c_p est supposée constante. On prendra $\gamma = 1{,}35$ et $c_p = 1{,}1\ \mathrm{kJ\cdot kg^{-1}\cdot K^{-1}}$.
- Les variations d'énergie potentielle sont négligeables.
- L'énergie cinétique est supposée négligeable entre l'entrée du compresseur et la sortie de la turbine.



En entrée du diffuseur, l'air est à l'état (1). On considère que le diffuseur est idéal, ce qui revient à dire que la traversée du diffuseur est adiabatique et réversible.

En entrée du compresseur, l'air se trouve à l'état (2) et est amené à l'état (3) tel que $P_3 = 10P_2$ par une compression adiabatique réversible.

Dans la chambre de combustion, l'air, mélangé au carburant, subit un échauffement isobare réversible jusqu'à l'état (4) tel que $T_4 = 1400$ K. Bien que les compositions du gaz à l'entrée et à la sortie de la chambre de combustion soient différentes, pour simplifier la modélisation, on suppose que celle-ci sert uniquement à réchauffer l'air et que les propriétés de l'air ne sont pas modifiées par ce changement de composition.

L'air parvient alors dans la turbine où il subit une détente adiabatique réversible jusqu'à l'état (5).

Enfin, il se détend de façon adiabatique et réversible dans la tuyère et arrive dans l'état (6).

On considère un avion qui vole avec une vitesse de croisière $v_a = 260\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ par rapport à l'air considéré au repos. À cette altitude, l'air est à la pression de 34,5 kPa et à la température de 40 °C. L'air entre dans le compresseur avec un débit massique $D = 45\ \mathrm{kg\cdot s^{-1}}$.

1) Donner l'expression de la température T_2 en fonction de T_1, v_a et c_p. Effectuer l'application numérique.

Correction

Dans le diffuseur, il n'y a ni pièce mobile ni transfert thermique, donc en négligeant la pesanteur, le premier principe donne :

$$\Delta\left(h + \frac{v^2}{2}\right) = 0$$

La vitesse en sortie et négligeable et celle en entrée vaut v_a, et on a un gaz supposé parfait, donc $\Delta h = c_p\ \Delta T$. On en déduit :

$$\boxed{T_2 = T_1 + \frac{v_a^2}{2c_p} = 264\ \mathrm{K}}$$

2) Donner l'expression de la pression P_2 en fonction de P_1, T_1, T_2 et γ. Effectuer l'application numérique

Correction

La transformation est adiabatique et réversible donc isentropique : on peut utiliser la loi de Laplace (valable également en présence d'une énergie cinétique car découlant de l'identité thermodynamique)

$$P^{1-\gamma}T^\gamma = cte \quad \Rightarrow \quad \boxed{P_2 = P_1\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = 55{,}9\ \mathrm{kPa}}$$

3) Établir l'expression du travail massique utile w_{comp} fourni à l'air par le compresseur. En prenant $T_3 = 480$ K, calculer la puissance $\mathcal{P}_{comp}$ de ce dernier.

Correction

Le compresseur est adiabatique et on néglige pesanteur et énergie cinétique. Le premier principe s'écrit donc :

$$\Delta h = c_p\,(T_3 - T_2) = w_{comp}$$

Pour avoir la puissance, on multiplie par le débit massique :

$$\boxed{\mathcal{P}_{comp} = D_m c_p\,(T_3 - T_2) = 10{,}7\ \mathrm{MW}}$$

4) Sachant que le travail fourni par la détente du gaz dans la turbine est intégralement

reçu par le compresseur, déterminer l'expression de la température T_5 en fonction de T_2, T_3 et T_4. Calculer la valeur de T_5. En déduire la valeur de la pression P_5.

Correction

D'après l'énoncé, tout le travail fourni par la turbine est reçu par le compresseur, donc $w_{turb} = -w_{comp}$. Le premier principe dans la turbine (adiabatique) donne :

$$\Delta h = c_p (T_5 - T_4) = w_{turb}$$

On en déduit alors :

$$c_p (T_5 - T_4) = -c_p (T_3 - T_2) \quad \Rightarrow \quad \boxed{T_5 = T_4 + T_2 - T_3 = 1{,}18 \times 10^3 \text{ K}}$$

Par ailleurs, l'échauffement étant isobare :

$$P_4 = P_3 = 10 P_2 = 5{,}59 \times 10^5 \text{ Pa}$$

On utilise à nouveau la loi de Laplace dans la turbine (isentropique) :

$$\boxed{P_5 = P_4 \left(\frac{T_4}{T_5}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = 2{,}93 \times 10^5 \text{ Pa}}$$

5) Donner l'expression de la vitesse de sortie du gaz v_s en sortie de tuyère en fonction de T_5, T_6 et c_p. Calculer la valeur de v_s sachant que $T_6 = 680$ K.

Correction

La tuyère est adiabatique et ne présente pas de pièces mobiles ($w_u = q = 0$) mais l'énergie cinétique en sortie n'est pas négligeable. Le premier principe s'écrit :

$$\Delta \left(h + \frac{v^2}{2}\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad c_p (T_6 - T_5) + \frac{v_s^2}{2} = 0$$

Ainsi,

$$\boxed{v_s = \sqrt{2 c_p (T_5 - T_6)} = 1{,}05 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

6) Déterminer la puissance liée à la force propulsive.

Correction

La puissance recherchée est celle reçue par l'avion de la part de l'air dans le référentiel terrestre, soit

$$\mathcal{P} = \vec{F}_{\text{air/avion}} \cdot \vec{v}_{\text{avion/sol}} = D (v_s - v_a) v_a = 9{,}24 \text{ MW}$$

7) Calculer le rendement du turboréacteur qui correspond au rapport entre la puissance liée à la force propulsive et la puissance qui sert à chauffer le gaz dans la chambre de combustion $\mathcal{P}_{chamb} = 45{,}5$ MW. Comparer avec le rendement d'autres machines thermiques.

Correction

Le rendement est :

$$\boxed{\eta = \frac{\mathcal{P}}{\mathcal{P}_{chamb}} = 20{,}3 \text{ \%}}$$

Ce rendement est inférieur aux machines thermiques motrices usuelles (moteur de voiture : rendement de 30 à 40 %).