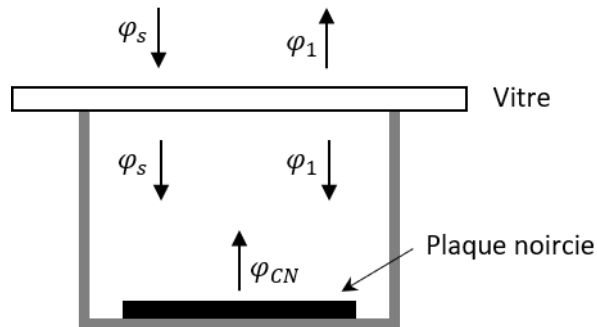


EFFET DE SERRE DANS UNE BOITE

On étudie l'effet de serre produit par l'interposition d'une vitre au-dessus d'une plaque qui reçoit le rayonnement solaire. La plaque est noircie et assimilée à un corps noir. Le verre est supposé totalement transparent au rayonnement solaire. La vitre est en revanche totalement absorbante pour le rayonnement infra-rouge émis par la plaque. On désigne par $\varphi_s = 600 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ le flux solaire surfacique supposé arrivé normalement à la vitre et à la plaque.



Données : constante de Stefan $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$

1) Exprimer le flux surfacique émis par la vitre φ_1 en fonction de sa température T_1 .

Correction

Loi de Stefan :

$$\varphi_1 = \sigma T_1^4$$

2) On suppose l'équilibre radiatif de la plaque et de la vitre. Écrire les équations exprimant l'équilibre de l'ensemble {plaque + vitre} puis pour la plaque seule. En déduire la température T de la plaque. Calculer T et la température T_1 de la vitre

Correction

Équilibre de l'ensemble {plaque + vitre} : $\varphi_s = \varphi_1$

Équilibre de la plaque seule : $\varphi_s + \varphi_1 = \varphi_{CN}$

On en déduit la température de la plaque :

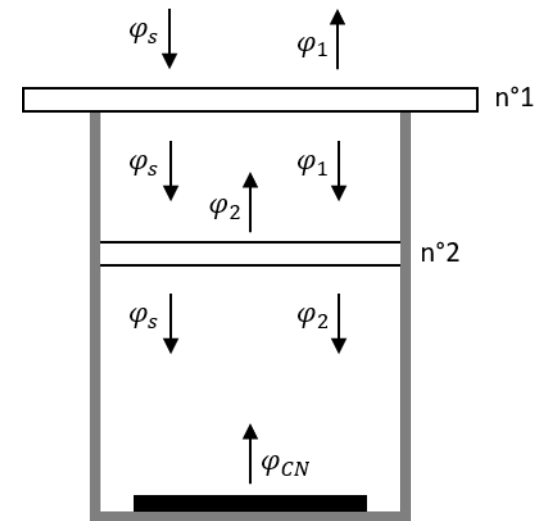
$$\varphi_{CN} = 2\varphi_s = \sigma T^4 \Rightarrow T = \left(\frac{2\varphi_s}{\sigma} \right)^{1/4} = 380 \text{ K}$$

On en déduit la température de la vitre :

$$\varphi_s = \varphi_1 \Rightarrow T = \left(\frac{\varphi_s}{\sigma} \right)^{1/4} = 320 \text{ K}$$

3) Reprendre la question précédente dans le cas de deux vitres (la vitre 1 est en contact avec l'extérieur). On écrira l'équilibre de l'ensemble {plaque + vitres}, celui de la plaque puis celui de la vitre 1.

Correction



On écrit les équilibres radiatifs :

$$\begin{cases} \{\text{plaque + vitres}\} & \varphi_s = \varphi_1 \\ \{\text{plaque}\} & \varphi_s + \varphi_2 = \varphi_{CN} \\ \{\text{vitre 1}\} & 2\varphi_1 = \varphi_2 \end{cases}$$

On en déduit donc :

$$\varphi_{CN} = 3\varphi_s = \sigma T^4 \Rightarrow T = \left(\frac{3\varphi_s}{\sigma} \right)^{1/4} = 422 \text{ K}$$

4) On considère maintenant N vitres (la vitre 1 est toujours à l'extérieur). On écrira l'équilibre de l'ensemble {plaque + vitres}, celui de la plaque puis celui de la vitre N

pour montrer la relation de récurrence :

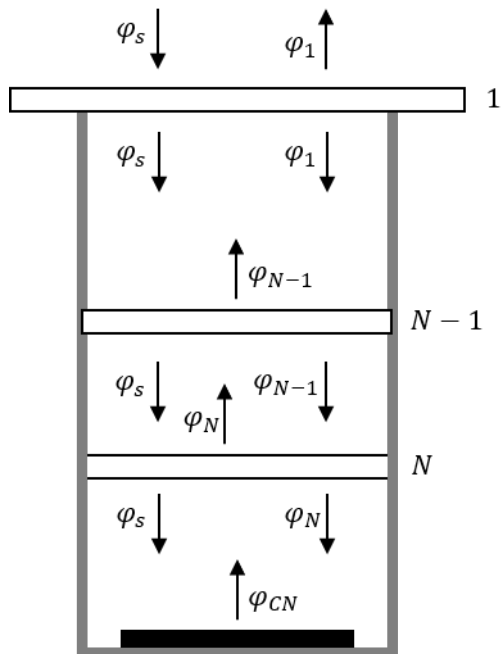
$$\varphi_N = \varphi_{N-1} + \varphi_s$$

En déduire en fonction de N et T_1 .

Avec la première question :

$$T = (N - 1)^{1/4} T_1$$

Correction



On écrit les équilibres radiatifs :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \{\text{plaque + vitres}\} & \varphi_s = \varphi_1 \\ \{\text{plaque}\} & \varphi_s + \varphi_N = \varphi_{CN} \\ \{\text{vitre } N\} & 2\varphi_N = \varphi_{CN} + \varphi_{N-1} \end{array} \right.$$

On en déduit donc :

$$\boxed{\varphi_N = \varphi_{N-1} + \varphi_s} \Rightarrow \varphi_{CN} = (N - 1)\varphi_s = \sigma T^4 \Rightarrow T = \left(\frac{(N - 1)\varphi_s}{\sigma} \right)^{1/4}$$