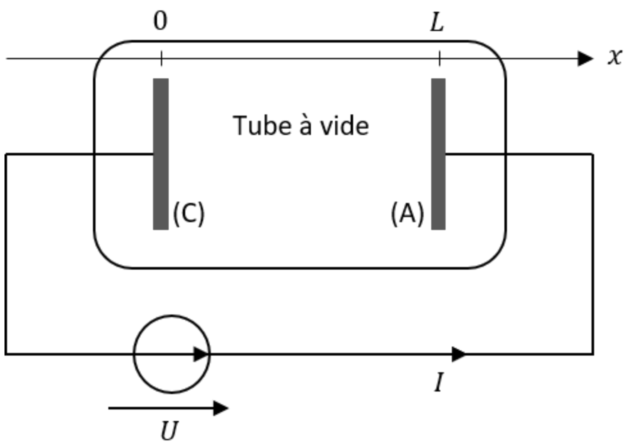
Diode à vide

On envisage le dispositif représenté ci-dessous : une cathode (C), plaque métallique de surface S est chauffée et émet des électrons, de masse m et de charge $-e$ dans une enceinte où règne un vide poussé. Ces électrons sont récupérés par une anode (A) identique à (C) et portée à un potentiel U positif.

On étudie un régime stationnaire pour lequel on définit dans l'espace $x \in [0\,;L]$ la vitesse des électrons $v(x)$, leur densité volumique $n(x)$ et le potentiel $V(x)$ tel que $V(0) = 0$. On note $I > 0$ l'intensité du courant.



1) Établir par conservation de l'énergie mécanique, l'expression de $v(x)$ en fonction de $V(x)$, e et m en supposant que $v(0) = 0$.

Correction

On néglige le poids de l'électron. On applique le théorème de l'énergie mécanique entre $x = 0$ et un x quelconque.

$$\mathcal{E}_m = \frac{1}{2}mv(x)^2 - eV(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{v(x) = \sqrt{\frac{2eV(x)}{m}}}$$

2) Établir l'expression de l'intensité du courant $i(x)$ à travers une section S d'abscisse x en fonction de $n(x)$, $v(x)$, e et S. On justifiera que $i(x) = I$.

Correction

On a :

$$\boxed{i(x) = n(x)\,e\;v(x) \times S = I}$$

On a bien $i(x) = I$ car le circuit avec le tube à vide forment une maille sans nœuds. Le courant y est donc constant.

3) En déduire l'équation différentielle vérifiée par $V(x)$. Chercher une solution de la forme $V(x) = \alpha\left(\frac{x}{L}\right)^\beta$ où α et β sont des constantes à déterminer.

Correction

On utilise Maxwell-Gauss :

$$\mathrm{div}\left(\vec{E}\right) = \frac{n(x)\,e}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta V = \frac{I}{\varepsilon_0 S v(x)} = \frac{I}{\varepsilon_0 S}\sqrt{\frac{m}{2eV(x)}}}$$

On injecte la solution proposée :

$$\alpha\beta\,(\beta-1)\;\frac{x^{\beta-2}}{L^\beta} = x^{-\beta/2}\;\frac{I}{\varepsilon_0 S}\sqrt{\frac{mL^\beta}{2e\alpha}}$$

On identifie l'exposant de x ainsi que la constante devant.

$$\begin{cases} \beta - 2 = -\dfrac{\beta}{2} \\ \dfrac{\alpha\beta\,(\beta-1)}{L^\beta} = \dfrac{I}{\varepsilon_0 S}\sqrt{\dfrac{mL^\beta}{2e\alpha}} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\begin{cases} \beta = \dfrac{4}{3} \\ \alpha = \left(\dfrac{9IL^2}{4\varepsilon_0 S}\sqrt{\dfrac{m}{2e}}\right)^{2/3} \end{cases}}$$

4) En déduire que I est proportionnel à $U^{3/2}$ pour $U > 0$.

Correction

Par définition :

$$\boxed{U = V(L) - V(0) = \alpha = \left(\frac{9IL^2}{4\varepsilon_0 S}\sqrt{\frac{m}{2e}}\right)^{2/3} \propto I^{2/3}}$$

5) Justifier sans calcul que pour $U < 0$, $I = 0$ et en déduire une application concrète.

Correction

Si la tension est inversée, alors les électrons libéré à la cathode ne vont pas migrer vers l'anode, mais rester à la cathode. L'anode ne délivrant pas d'électrons rend le transfert d'électrons impossible : pas de courant.

Cette diode à vide permet donc de s'assurer que le courant ne circule que dans un sens.