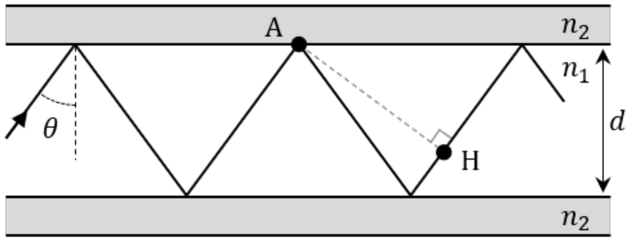
Fibre optique à saut d'indice

Une fibre optique est modélisée par une lame de verre d'épaisseur d et d'indice n_1 placée entre 2 couches de verre d'indice $n_2 < n_1$. Les rayons lumineux suivent des trajets compris dans un plan perpendiculaire à la lame, comme celui représenté sur la figure.



1) À quelle condition portant sur l'angle θ le rayon est-il confiné dans la lame d'indice n_1 ?

Correction

La condition de réflexion totale s'écrit :

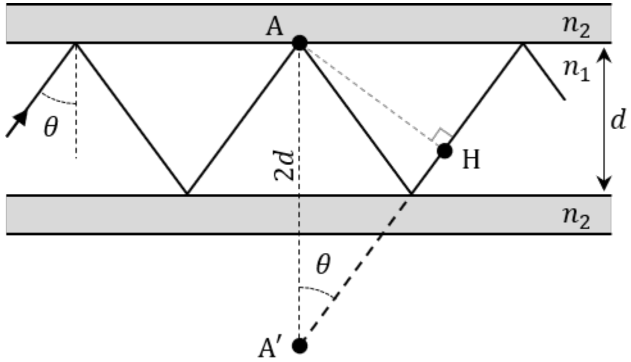
$$\boxed{n_1 \sin(\theta) > n_2}$$

2) On admet que pour qu'il y ait propagation de l'énergie, l'onde doit être en phase aux points A et H. En déduire une nouvelle condition sur l'angle θ.

Correction

Il faut avoir :

$$(\text{AH}) = k\lambda_0 \quad \text{avec :} \quad k \in \mathbb{N}$$



En travaillant sur l'image du rayon (en pointillé sur le schéma) et en se plaçant dans le triangle AA′H, on en déduit :

$$(\text{AH}) = n_1 \times \text{A'H} = 2n_1 d \cos(\theta) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\cos(\theta) = \frac{k\lambda_0}{2n_1 d}}$$

3) Chaque valeur de θ correspond à un mode de propagation. Calculer le nombre de modes de propagation possibles pour $d = 50$ µm, $\lambda_0 = 500$ nm, $n_1 = 1,5$ et $n_2 = 1,4$.

Correction

On réécrit la condition de réflexion total en terme de cosinus :

$$\sin(\theta) = \sqrt{1 - \cos^2(\theta)} > \frac{n_2}{n_1} \quad \Rightarrow \quad \cos(\theta) < \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$$

On a donc :

$$0 < k < \frac{2n_1 d}{\lambda_0}\sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} = 108$$

On trouve alors 108 modes possibles.