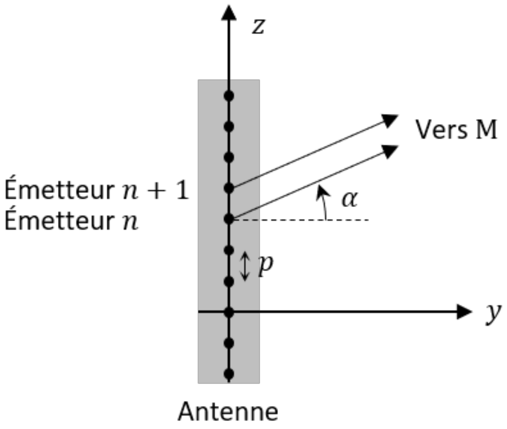
Contrôle de la direction d'émission d'une antenne

L'antenne est constituée de N émetteurs identiques assimilés à des sources ponctuelles régulièrement espacées le long de l'axe $(\mathrm{O}z)$. La distance séparant deux émetteurs successifs est notée p. Cette antenne est telle que $p = \lambda/2$.



1) De quel dispositif optique cet ensemble d'émetteur est-il l'analogue ?

Correction

Un réseau.

2) Exprimer le déphasage ϕ entre deux rayons successifs en fonction de α, p et λ.

Correction

Un théorème de Malus donne une différence de marche :

$$\delta = (\mathrm{E}_n\mathrm{M}) - (\mathrm{E}_{n+1}\mathrm{M}) = (\mathrm{E}_n\mathrm{H}) = p\,\sin(\alpha)$$

On en déduit le déphasage :

$$\boxed{\phi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} = \frac{2\pi p}{\lambda}\,\sin(\alpha)}$$

3) En déduire, en justifiant votre réponse, les directions d'émission pour lesquelles la puissance émise est maximale. Vérifier qu'il n'y a, dans l'intervalle $\alpha \in [-\pi/2\,;\pi/2]$, qu'une seule direction pour laquelle l'émission est maximale. Préciser cette direction.

Correction

La puissance est maximale pour $\phi = 2k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$.

Ici,

$$\phi = \frac{2\pi p}{\lambda}\,\sin(\alpha) = \pi\,\sin(\alpha) \quad \Rightarrow \quad \sin(\alpha) = \frac{\phi}{\pi} = 2k \quad \text{avec :} \quad k \in \mathbb{Z}$$

Seul $k = 0$ est solution. Cela correspond à $\alpha = 0$.

Les émetteurs sont maintenant alimentés par le système de déphaseurs électroniques tel que pour tout n, l'antenne $n+1$ est déphasée de ε par rapport à l'antenne n. Ce dispositif permet de contrôler aisément la direction d'émission dans le plan $(\mathrm{O}yz)$, ce qui est utile notamment lorsque l'antenne est placée en hauteur, sur un toit d'immeuble.

4) Exprimer ϕ en fonction de α et ε. Déterminer la direction d'émission maximale en fonction de ε. Calculer numériquement (en radians) la plage sur laquelle ε doit être réglable pour pouvoir ajuster α entre $-\pi/4$ et $\pi/4$.

Correction

Cette fois :

$$\boxed{\phi = \frac{2\pi p}{\lambda}\,\sin(\alpha) + \varepsilon} \quad \text{avec :} \quad p = \frac{\lambda}{2}$$

L'émission est maximale pour :

$$\phi = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\sin(\alpha) = -\frac{\varepsilon}{\pi}}$$

Pour que α varie entre $\pm\pi/4$, il faut que ε varie entre $\pm\pi/\sqrt{2} \simeq 2{,}22$ rad $= 127{,}3°$.