Système afocal à 3 lentilles

Soit 3 lentilles minces convergente $\mathcal{L}_i$ avec $i = 1, 2, 3$. On note O_i le centre optique, F_i le foyer principal objet, F_i' le foyer principal image et f_i' la distance focale de la lentille $\mathcal{L}_i$. Les trois lentilles possèdent le même axe optique Δ et forme un système afocal. On rappelle qu'un système afocal est un système optique qui forme à l'infini l'image d'un objet à l'infini.

On note : $e_1 = \overline{O_1O_2}$ et $e_3 = \overline{O_2O_3}$.

1) Soit un objet A à l'infini sur l'axe optique. Déterminer les positions de A_1, image de A à travers $\mathcal{L}_1$, et A_2, image de A_1 à travers $\mathcal{L}_2$. En déduire la relation portant sur e_1, e_3 et les f_i.

Dans toute la suite, on impose $F_1' = O_2$.

2) Déterminer e_3.

On pose : $f_1' = 4,0$ cm et $f_3' = 3,0$ cm.

3) Soit un faisceau de lumière incident parallèle à l'axe optique de diamètre D_1. Montrer que le faisceau émergent est parallèle à l'axe optique de diamètre D_2. Exprimer puis calculer le grandissement transversal $\gamma = \dfrac{D_2}{D_1}$ du système afocal.

4) Soit un faisceau de lumière incident faisant un angle α avec l'axe optique. Montrer que le faisceau émergent fait un angle α' avec l'axe optique. Exprimer puis calculer le grossissement angulaire $G = \dfrac{\alpha'}{\alpha}$ du système afocal.

Correction

Correction

1) Un système $\mathcal{S}$ est afocal si :

$$-\infty \xrightarrow{\mathcal{S}} +\infty$$

Ainsi, pour ce système de 3 lentilles proposé :

$$-\infty \xrightarrow{\mathcal{L}_1} F_1' \xrightarrow{\mathcal{L}_2} F_3 \xrightarrow{\mathcal{L}_3} +\infty$$

Les étapes 1 et 3 sont imposées par le caractère afocal du système. L'étape 2 doit donc conjuguer F_1' et F_3. Le relation de conjugaison assure que :

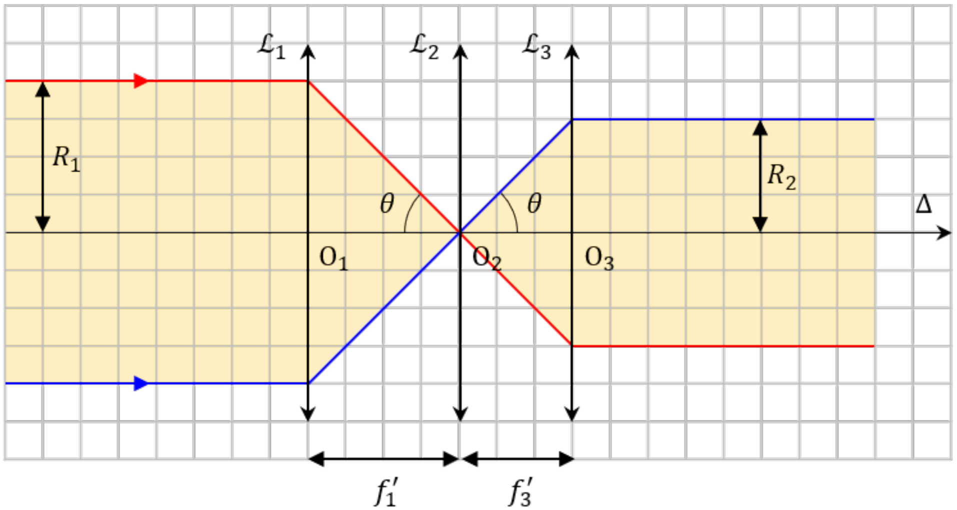
$$\frac{1}{\overline{O_2F_3}} - \frac{1}{\overline{O_2F_1'}} = \frac{1}{f_2'} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{1}{e_3 - f_3'} - \frac{1}{-e_1 + f_1'} = \frac{1}{f_2'}}$$

2) Reprenons l'analyse précédente avec $F_1' = O_2$. Le centre optique d'une lentille possède la propriété suivante : $O \xrightarrow{\mathcal{L}} O$, l'objet et l'image sont confondus. Ainsi :

$$-\infty \xrightarrow{\mathcal{L}_1} F_1' = O_2 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} O_2 = F_3 \xrightarrow{\mathcal{L}_3} +\infty$$

Il faut donc que $O_2 = F_3$, c'est-à-dire que $\boxed{e_3 = f_3'}$.

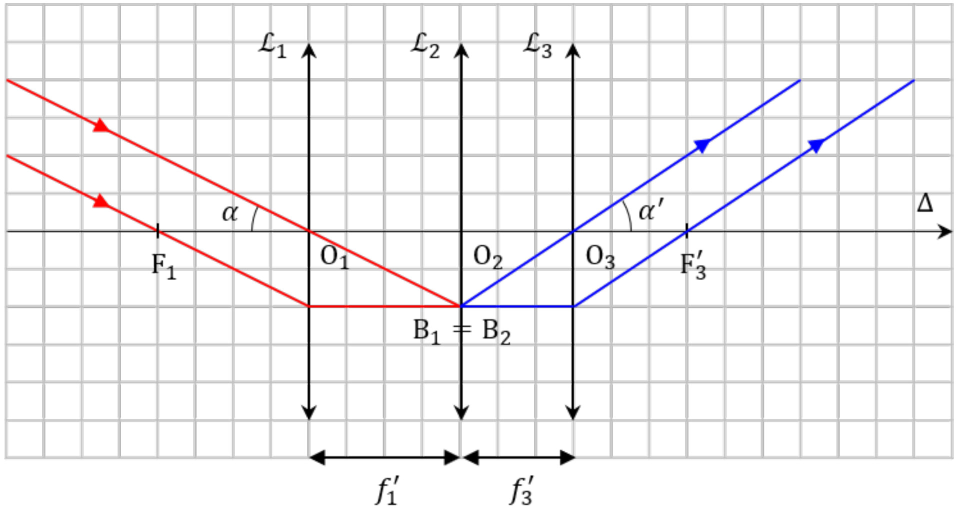
3) Grandissement transversal :



Le grandissement est négatif car le rayon du haut est passé en bas et vice-versa. On a :

$$\gamma = -\frac{R_2}{R_1} \quad \text{avec :} \quad \tan(\theta) = \frac{R_1}{f_1'} = \frac{R_2}{f_3'} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\gamma = -\frac{f_3'}{f_1'} = -\frac{3}{4}}$$

4) Grossissement angulaire :



Explication : on a :

$$AB\,(-\infty) \xrightarrow{\mathcal{L}_1} A_1B_1 = O_2B_1 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} A_2B_2 = O_2B_1 \xrightarrow{\mathcal{L}_3} A'B'\,(+\infty)$$

L'image A_1B_1 (obtenue avec les rayons rouges) se trouve sur la lentille 2. Elle est donc superposée à son image : $A_1B_1 = A_2B_2$. On fait partir de nouveaux rayons (bleus) depuis A_2B_2. Pour prolonger les rayons rouges, il faut connaître la valeur de f_2'. On le la connaît pas, on ne peut donc pas prolonger ces rayons, il faut en construire de nouveaux.

Le grossissement est négatif car le rayon incident vers le bas émerge vers le haut. On a :

$$G = -\frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{\tan(\alpha')}{\tan(\alpha)} = -\frac{O_2B_1/f_3'}{O_2B_1/f_1'} = \boxed{-\frac{f_1'}{f_3'} = -\frac{4}{3}}$$

Une question ? Un soucis de QRCode ? nicolasperrissin@gmail.com