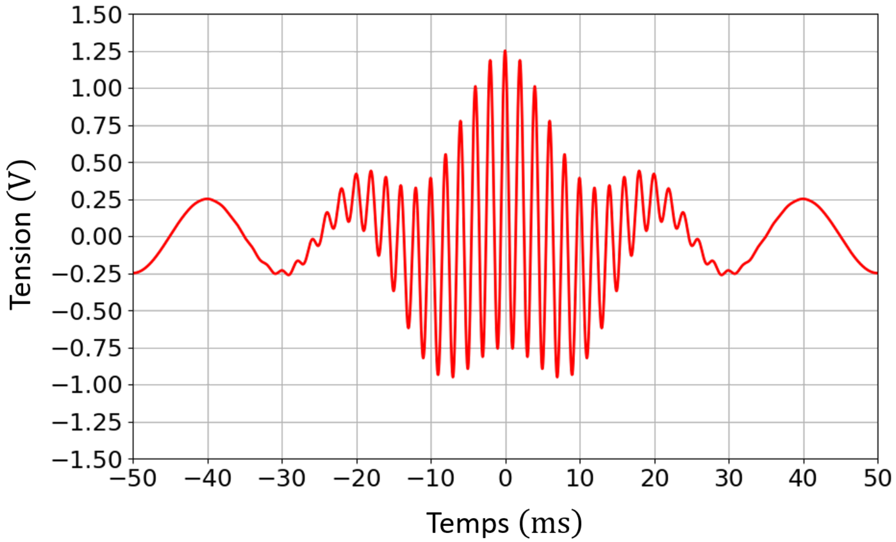
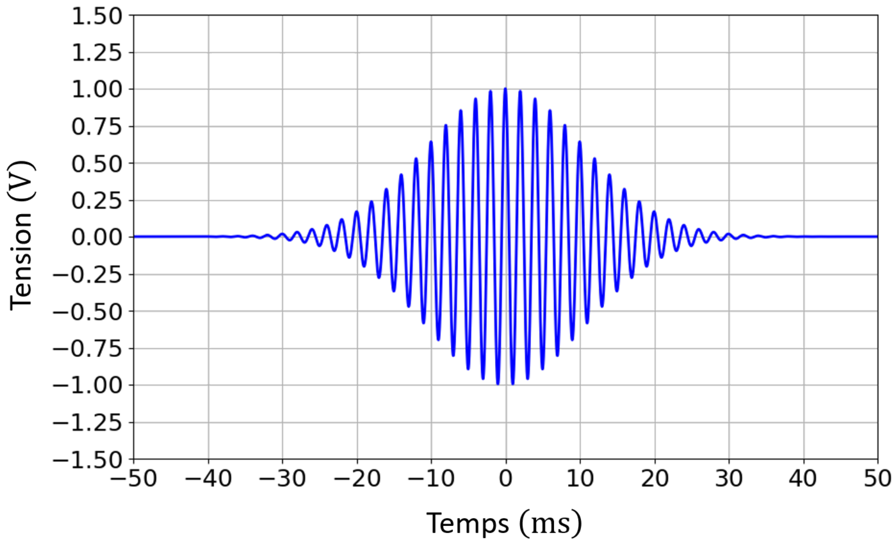
Suppression d'une dérive

Un capteur de tension subit une dérive, du fait d'un parasitage par l'alimentation du secteur à 50 Hz. Cette dérive peut être supprimée à l'aide d'un filtre adéquate.

Signal avec dérive :



Signal après filtrage, sans dérive :



1) Justifier que le signal d'intérêt $s(t)$ (sans dérive) peut s'écrire :

$$s(t) = A\cos(2\pi f t + \phi) \times g(t) \quad \text{avec :} \quad g(t) = e^{-(t/\sigma)^2} \quad \text{et} \quad \sigma = 15 \text{ ms}$$

et déterminer les valeurs de A, f et ϕ.

2) Déterminer l'expression du signal mesuré $m(t)$ (avec dérive).

Pour la suite, on admet que $g(t)$ ne joue (presque) aucun rôle dans le spectre des signaux, et peut être identifiée à la fonction constante égale à 1.

3) En utilisant uniquement des résistances R et des capacités C, proposer une filtre d'ordre 1 permettant de supprimer la dérive du signal. Déterminer sa fonction de transfert et tracer son diagramme de Bode.

4) Accoler deux fois le filtre précédent pour forme un filtre de même nature mais d'ordre 2. Déterminer sa fonction de transfert et tracer son diagramme de Bode.

Données : forme canonique des filtres d'ordre 1 et 2 recherchés

$$\underline{H_1} = \frac{jx}{1+jx} \quad \text{et} \quad \underline{H_2} = \frac{-x^2}{1-x^2+jx/Q}$$

Correction

Correction

1) Le signal $s(t)$ est bien de la forme une fonction en cloche $\times$ une fonction sinusoïdale. La fonction est maximale en $t = 0$, donc $\boxed{\phi = 0}$ et vaut $\boxed{A = 1,0 \text{ V}}$. Entre ± 20 ms, on peut voir graphiquement 20 oscillations. On en déduit :

$$T = \frac{40 \text{ ms}}{20} = 2,0 \text{ ms} \quad \Rightarrow \quad \boxed{f = 500 \text{ Hz}}$$

2) Le signal mesuré $m(t)$ s'écrit :

$$m(t) = s(t) + A_d \cos(2\pi f_d t + \phi_d)$$

La fonction est maximale en $t = 0$, donc $\boxed{\phi_d = 0}$ et vaut :

$$m(t = 0) = 1,25 \text{ V} \quad \Rightarrow \quad \boxed{A_d = 0,25 \text{ V}}$$

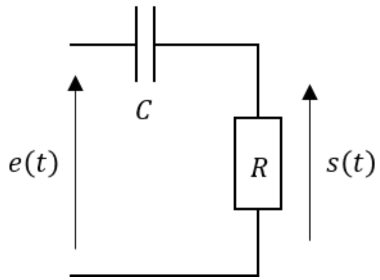
Entre ± 40 ms, on peut voir graphiquement 4 oscillations. On en déduit :

$$T_d = \frac{80 \text{ ms}}{4} = 20 \text{ ms} \quad \Rightarrow \quad \boxed{f_d = 50 \text{ Hz}}$$

Comme prédit par l'énoncé.

3) Le spectre de $m(t)$ contient une composante à $f_d = 50$ Hz d'amplitude $A_d = 0,25$ V que l'on veut supprimer et une composante à $f = 500$ Hz d'amplitude $A = 1,0$ V que l'on veut garder. Il nous font donc un passe-haut donc la fréquence de coupure est autour de $f_c = 300$ Hz (proche de f pour bien filtre f_d mais pas trop sinon on va atténuer la composante d'intérêt).

Passe-haut d'ordre 1 :



Avec un pont diviseur de tension :

$$\underline{H_1} = \frac{R}{R + 1/j\omega C} = \frac{jx}{1 + jx}$$

avec : $x = \omega/\omega_0$ et $\omega_0 = 1/RC$.

En BF :

$$\underline{H_1}(x \ll 1) \simeq jx \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} G_{dB} = 20 \log(x) \\ \phi = +\pi/2 \end{cases}$$

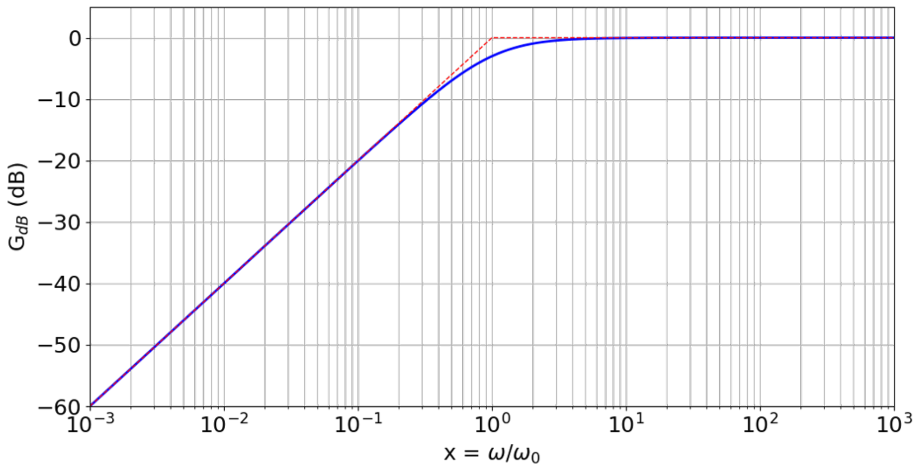
En HF :

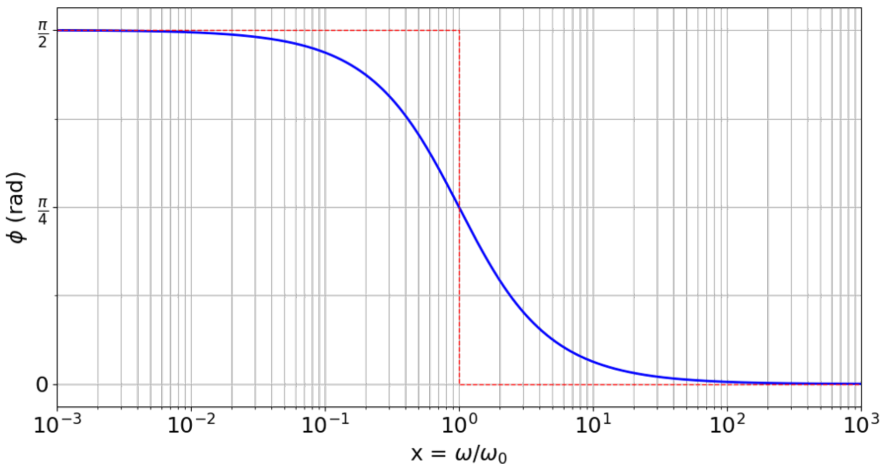
$$\underline{H_1}(x \gg 1) \simeq 1 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} G_{dB} = 0 \\ \phi = 0 \end{cases}$$

Pour $x = 1$:

$$\underline{H_1}(x = 1) = \frac{j}{1 + j} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} G_{dB} = -3 \text{ dB} \\ \phi = +\pi/4 \end{cases}$$

On en déduit le graphe :

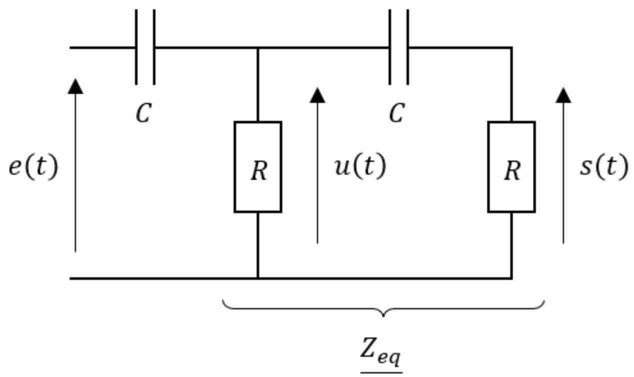




La fréquence de coupure vaut :

$$f_c = 300\text{ Hz} = \frac{1}{2\pi RC} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} C = 1,0\ \mu\text{F} \\ R = 530\ \Omega \end{cases}$$

4) Passe-haut d'ordre 2 :



On fait un premier pont diviseur de tension :

$$\underline{s} = \frac{jx}{1+jx}\,\underline{u}$$

avec : $x = \omega/\omega_0$ et $\omega_0 = 1/RC$.

On pose l'impédance équivalente :

$$\underline{Z_{eq}} = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R+1/j\omega C}\right)^{-1} = R \times \left(1 + \frac{jx}{1+jx}\right)^{-1}$$

On fait un deuxième pont diviseur de tension :

$$\underline{u} = \frac{\underline{Z_{eq}}}{\underline{Z_{eq}} + 1/j\omega C}\,\underline{e} = \frac{j\omega C}{j\omega C + \underline{Z_{eq}}^{-1}}\,\underline{e} = \frac{jx}{jx + 1 + \dfrac{jx}{1+jx}}\,\underline{e}$$

On combine tout ce qui précède :

$$\underline{H_2} = \frac{jx}{jx + 1 + \dfrac{jx}{1+jx}} \times \frac{jx}{1+jx} = \boxed{\frac{-x^2}{1 - x^2 + 3jx}}$$

Donc $\boxed{Q = 1/3}$.

En BF :

$$\underline{H_2}(x \ll 1) \simeq -x^2 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} G_{dB} = 40\log(x) \\ \phi = +\pi \end{cases}$$

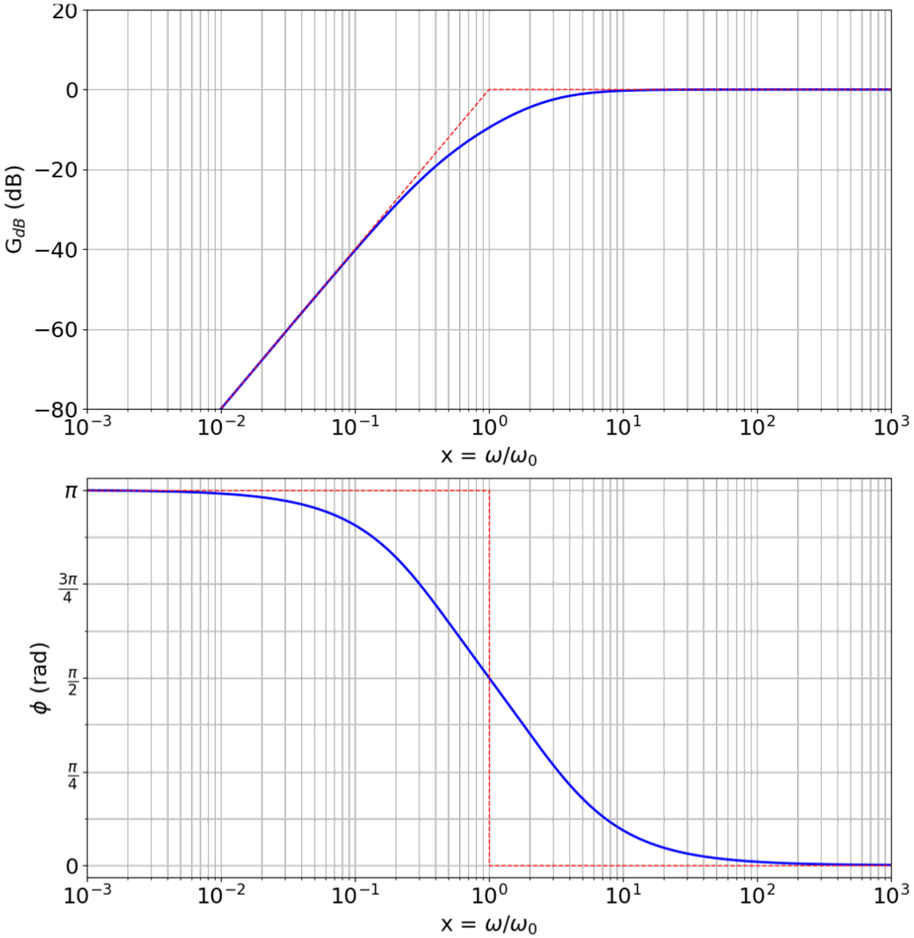
En HF :

$$\underline{H_2}(x \gg 1) \simeq 1 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} G_{dB} = 0 \\ \phi = 0 \end{cases}$$

Pour $x = 1$:

$$\underline{H_2}(x = 1) = -\frac{1}{3j} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} G_{dB} = -9,5\text{ dB} \\ \phi = +\pi/2 \end{cases}$$

On en déduit le graphe :



20
0
−20
−40
−60
−80
G_{dB} (dB)
10^{-3} 10^{-2} 10^{-1} 10^{0} 10^{1} 10^{2} 10^{3}
x = ω/ω_0
π
$\frac{3\pi}{4}$
$\frac{\pi}{2}$
$\frac{\pi}{4}$
0
ϕ (rad)
10^{-3} 10^{-2} 10^{-1} 10^{0} 10^{1} 10^{2} 10^{3}
x = ω/ω_0