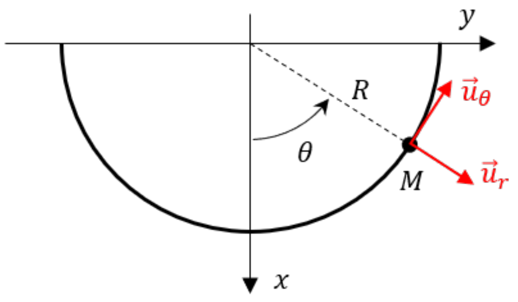
Correction

1)



2) On rappelle l'accélération pour une trajectoire circulaire :

$$\begin{cases} \overrightarrow{OM} = R\vec{u}_r \\ \vec{v} = R\dot{\theta}\vec{u}_\theta \\ \vec{a} = R\ddot{\theta}\vec{u}_\theta - R\dot{\theta}^2\vec{u}_r \end{cases}$$

Le point M ubit deux forces. Son poids :

$$\vec{P} = mg\left(\cos(\theta)\,\vec{u}_r - \sin(\theta)\,\vec{u}_\theta\right)$$

et la réaction du support :

$$\vec{N} = -N\vec{u}_r$$

On applique le PFD dans le référentiel terrestre supposé galiléen :

$$\begin{cases} mR\ddot{\theta} = -mg\sin(\theta) \\ -mR\dot{\theta}^2 = mg\cos(\theta) - N \end{cases}$$

On en déduit l'équation du mouvement :

$$\boxed{R\ddot{\theta} = -g\sin(\theta)}$$

3) On multiplie cette équation par $\dot{\theta}$.

$$R\dot{\theta}\ddot{\theta} = -g\dot{\theta}\sin(\theta) \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{R}{2}\dot{\theta}^2\right) = \frac{d}{dt}\Big(g\cos(\theta)\Big)$$

On intègre par rapport au temps entre l'instant initial (où $\theta = \pi/2$ et $\dot{\theta} = 0$) et un instant quelconque.

$$\frac{R}{2}\left(\dot{\theta}^2 - 0\right) = g\Big(\cos(\theta) - 0\Big) \quad \Rightarrow \quad \boxed{R\dot{\theta}^2 = 2g\cos(\theta)}$$

4) On en déduit la réaction du support :

$$N = mg\cos(\theta) + mR\dot{\theta}^2 = 3mg\cos(\theta) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{N} = -3mg\cos(\theta)\,\vec{u}_r}$$

5) Cette expression est maximale en $\theta = 0$, où $\boxed{\vec{N} = -3mg\vec{u}_x}$. En ce point, le skieur subit 3 fois son poids.