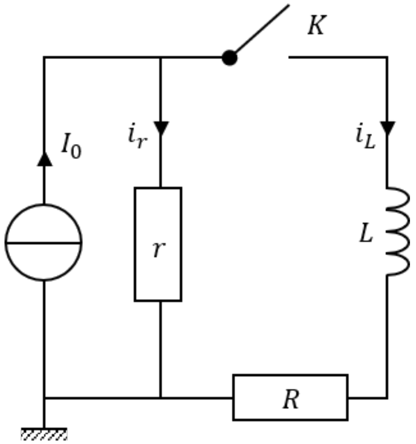
Réponse à un échelon de courant

On considère le montage ci-dessous. Le générateur à gauche est un générateur parfait de courant : il impose toujours un courant d'intensité I_0 dans la branche dans laquelle il se trouve, quelque soit la tension à ses bornes. On ferme l'interrupteur à $t = 0$.



1) Déterminer les expressions de i_r et i_L pour $t = 0^+$ et $t \to +\infty$.

2) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $i_L(t)$. La mettre sous forme canonique et identifier τ, un temps caractéristique, et i_∞, la valeur de $i_L(t)$ lorsque $t \to +\infty$.

3) La résoudre entièrement.

4) Tracer $i_L(t)$.

Correction

Une question ? Un soucis de QRCode ? nicolasperrissin@gmail.com

Correction

1) En $t = 0^-$, l'interrupteur est ouvert. Ainsi :

$$\boxed{i_L(0^-) = 0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{i_r(0^-) = I_0}$$

En $t = +\infty$, l'interrupteur est fermé et un régime stationnaire est atteint. La bobine est donc équivalente à un fil et on se trouve dans une situation de pont diviseur de courant. Ainsi :

$$\boxed{i_L(+\infty) = \frac{r}{r+R}\, I_0} \quad \text{et} \quad \boxed{i_r(+\infty) = \frac{R}{r+R}\, I_0}$$

2) On note u_r la tension aux bornes de la résistance r. On part de la loi des nœuds :

$$I_0 = i_r + i_L$$

$$I_0 = \frac{R}{r}\, i_L + \frac{L}{r}\frac{di_L}{dt} + i_L \qquad \leftarrow \quad u_r = r i_r = R i_L + L\,\frac{di_L}{dt}$$

$$\boxed{\frac{di_L}{dt} + \frac{i_L}{\tau} = \frac{i_\infty}{\tau}} \qquad \leftarrow \quad \boxed{\tau = \frac{L}{r+R}} \quad \text{et} \quad \boxed{i_\infty = \frac{r}{r+R}\, I_0}$$

3) Forme générale :

$$i_L(t) = \underbrace{i_\infty}_{\text{SP}} + \underbrace{A\, e^{-t/\tau}}_{\text{SEH}} = \frac{r}{r+R}\, I_0 + A\, e^{-t/\tau}$$

Avec la condition initiale :

$$i_L(0^+) = 0 = \frac{r}{r+R}\, I_0 + A \quad \Rightarrow \quad \boxed{i_L(t) = \frac{r}{r+R}\, I_0 \left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

4) Graphe de $i_L(t)$.