

Réfrigérateur de Carnot

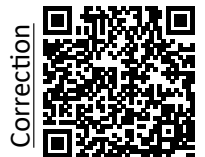
On considère une machine frigorifique qui effectue un cycle de Carnot : deux phases isothermiques et deux phases isentropiques. L'air ambiant est considéré comme une source chaude à la température constante $T_c = 293 \text{ K}$, et la source froide à refroidir est une masse $m = 10 \text{ kg}$ d'eau de capacité calorifique massique $c = 4,18 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ qui est à la température T . Le compresseur apporte une puissance $\mathcal{P} = 500 \text{ W}$ à la machine thermique.

- 1) Expliquer le principe d'une machine frigorifique.
- 2) Dessiner le diagramme de Clapeyron du cycle.
- 3) Exprimer puis calculer l'efficacité e_c de la machine frigorifique en fonction de T_c et $T_f = 273 \text{ K}$ (température de la source froide en régime permanent).
- 4) Justifier que le flux thermique prélevé à la masse d'eau vaut :

$$\phi = \mathcal{P} \frac{T}{T_c - T}$$

En déduire le transfert thermique δQ reçu par l'eau entre les instants t et $t + dt$.

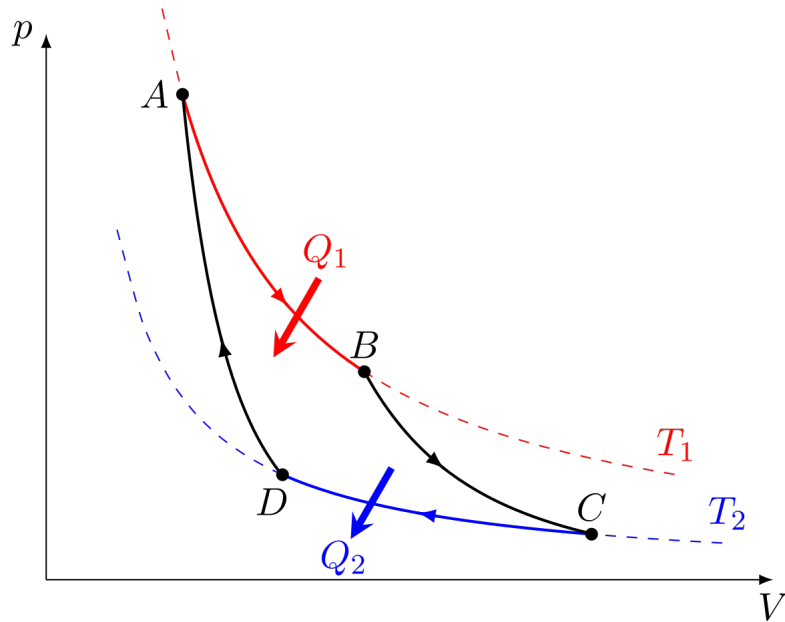
- 5) Calculer la durée Δt pour que l'eau passe de la température T_c à une température T_f .



Correction

1) On fournit du travail mécanique à la machine ($W > 0$) afin de créer un flux thermique du froid ($Q_f > 0$) vers le chaud ($Q_c < 0$), ie. dans le sens inverse du flux « naturel ».

2)



3) Par définition :

$$e_c = \frac{Q_f}{W} = -\frac{Q_f}{Q_f + Q_c}$$

Or, le cycle étant réversible :

$$\Delta S = 0 = S_e = \frac{Q_f}{T_f} + \frac{Q_c}{T_c} \Rightarrow \frac{Q_c}{Q_f} = -\frac{T_c}{T_f}$$

Donc :

$$e_c = -\frac{1}{1 + Q_c/Q_f} = -\frac{1}{1 - T_c/T_f} = \frac{T_f}{T_c - T_f} = 13,65$$

4) La masse d'eau de température $T(t)$ jouant le rôle de source froide, l'efficacité à l'instant t vaut :

$$e = \frac{T}{T_c - T}$$

Cette efficacité est toujours définie comme le rapport entre la chaleur prélevée à la source froide (reçue par le fluide caloporteur) et le travail moteur, ce qui donne en terme de puissance :

$$e = \frac{Q_f}{W} = \frac{\phi}{\mathcal{P}} \Rightarrow \boxed{\phi = \mathcal{P} \frac{T}{T_c - T}}$$

Le transfert thermique reçu par l'eau est égal à l'opposé du transfert thermique prélevée à l'eau. Ainsi :

$$\boxed{\delta Q = -\mathcal{P} \frac{T}{T_c - T} dt}$$

5) On applique le premier principe sur la masse d'eau.

$$dH = mc dT = \delta Q \Rightarrow dt = \frac{mc}{\mathcal{P}} \left(\frac{T_c}{T} - 1 \right) dT$$

On intègre entre l'instant initial et l'instant final :

$$\boxed{\Delta t = \frac{mc}{\mathcal{P}} \int_{T_f}^{T_c} \left(\frac{T_c}{T} - 1 \right) dT = \frac{mc}{\mathcal{P}} \left(T_c \ln \left(\frac{T_c}{T_f} \right) - T_c + T_f \right) = 60 \text{ s}}$$