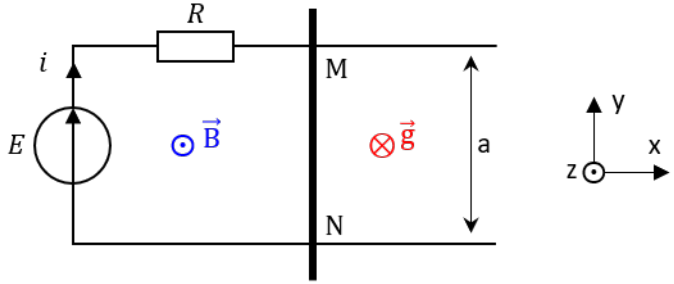
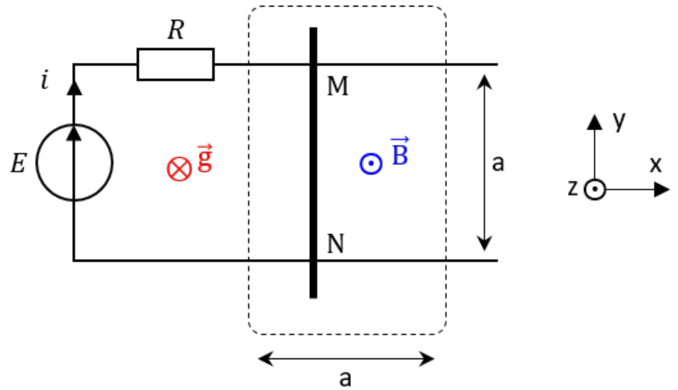
Rail de Laplace

On considère une barre MN qui glisse sans frottement sur des rails de Laplace. On suppose que la résistance totale du circuit fermé vaut R.



1) Exprimer l'intensité i en fonction de E et R.

2) Exprimer la force de Laplace qui s'exerce sur la barre en fonction de E, R, B, a et d'un vecteur unitaire.



On considère la configuration ci-dessus, dans laquelle le champ magnétique est nul sauf dans la zone délimitée par les traits interrompus, de largeur a égale à la longueur de la barre, où il est uniforme de norme B_0. On note de nouveau R la résistance totale du circuit. La barre de masse m, initialement à gauche de la zone de champ, est lancée de la gauche vers la droite et arrive avec une vitesse v_0 dans la zone de champ magnétique. On néglige tout frottement mécanique.

3) Déterminer la condition pour que la barre sorte du côté droit et déterminer dans ce cas sa vitesse $v_1$de sortie. Déterminer dans le cas contraire la vitesse de sortie v_2 du côté gauche.

Correction

Correction

1) Loi des mailles:

$$\boxed{E = Ri}$$

2) Force de Laplace :

$$\boxed{\overrightarrow{F}_L = i\,\overrightarrow{MN} \wedge \overrightarrow{B} = -\frac{EaB}{R}\overrightarrow{u}_x}$$

3) On applique le PFD sur la barre lorsque cette dernière et dans la zone de champ magnétique, dans le référentiel des rails supposé galiléen. On projette le PFD selon $\overrightarrow{u}_x$, donc seule la force de Laplace et à prendre en compte.

On repère par $x = 0$ l'abscisse de l'entrée dans la zone de champ.

$$m\ddot{x} = -\frac{EaB}{R} \quad \Rightarrow \quad \ddot{x} = -a_0 \quad \text{avec :} \quad \boxed{a_0 = \frac{EaB}{mR}}$$

On intègre le PFD :

$$\dot{x} = -a_0 t + v_0 \quad \Rightarrow \quad x = -\frac{a_0}{2}\,t^2 + v_0 t$$

On observe deux cas possible. Dans le premier cas, la barre atteint l'abscisse $x = a$. Il vaut pour cela que l'équation ci-dessous possède une solution :

$$a = -\frac{a_0}{2}\,t^2 + v_0 t \quad \Rightarrow \quad \Delta = v_0^2 - 2a_0 a \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_0 \geq v_{min} = \sqrt{2a_0 a}}$$

Dans ce cas, le temps t_a où $x = a$ est le plus petit temps des deux solutions de ce polynôme.

$$t_a = \frac{1}{a_0}\left[v_0 - \sqrt{v_0^2 - 2a_0 a}\right] = \frac{v_0}{a_0}\left[1 - \sqrt{1 - \frac{2a_0 a}{v_0}}\right]$$

On en déduit alors la vitesse de sortie :

$$\boxed{v_1 = -a_0 t_a + v_0 = v_0\,\sqrt{1 - \frac{2a_0 a}{v_0}} \in [0,\ v_0]}$$

Dans le second cas ($v_0 < v_{min}$), la barre fait demi-tour dan la zone de champ et atteint une second fois l'abscisse $x = 0$. Cela se produit au temps t_0 tel que :

$$0 = -\frac{a_0}{2}\,t_0^2 + v_0 t_0 \quad \Rightarrow \quad t_0 = \frac{2v_0}{a_0}$$

On en déduit alors la vitesse de sortie :

$$\boxed{v_2 = -a_0 t_0 + v_0 = -v_0}$$

Une question ? Un soucis de QRCode ? nicolasperrissin@gmail.com