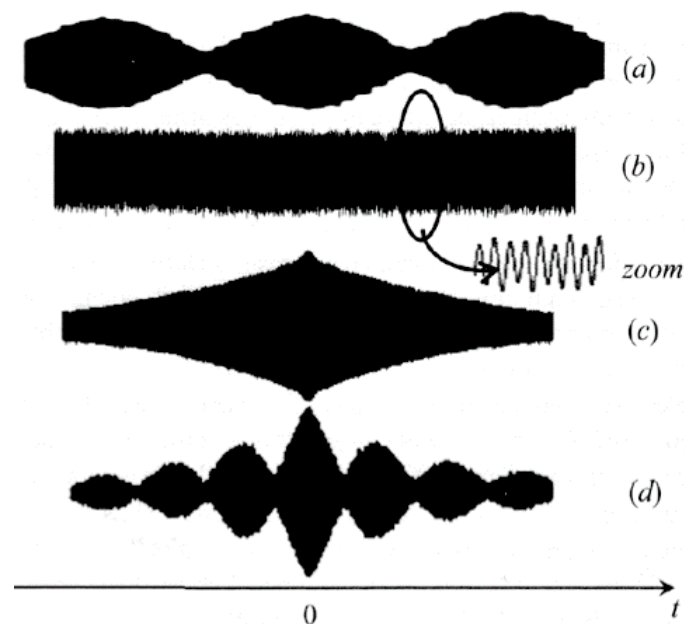


Principe de la spectrométrie interférentielle

Un interféromètre de Michelson est réglé en lame d'air. On place à la sortie de l'appareil une lentille mince convergente, suivie d'un photorécepteur de petite dimension placé au point focal image de la lentille. On suppose que ce photorécepteur est linéaire : il délivre un signal électrique $u(t)$ proportionnel à l'éclairement reçu. Un système d'acquisition permet de numériser le signal $u(t)$, pendant qu'un moteur translate l'un des deux miroirs à vitesse constante v_0 .

On obtient ainsi sur ordinateur une courbe, appelée interférogramme, dont on veut déduire des informations qualitatives et quantitatives sur le spectre de la lumière envoyée dans l'interféromètre. L'expérience est réalisée dans l'air, dont on considère l'indice égal à 1.



1) Préciser les conditions d'éclairement du Michelson. Préciser la localisation des franges. Quelle figure d'interférences observe-t-on ?

2) On part du contact optique à l'instant $t = 0$. Relier δ (la différence de marche entre les ondes interférant au niveau du photorécepteur) à t .

On possède trois sources de lumière :

- un laser He-Ne, dont on supposera l'émission parfaitement monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 632,8 \text{ nm}$;

- une lampe à vapeur de mercure, associée soit à un filtre permettant d'isoler la raie verte $\lambda = 546,1 \text{ nm}$, soit à un filtre permettant d'isoler le doublet jaune $\Delta\lambda = 2,1 \text{ nm}$;
- une lampe à vapeur de sodium, associée à un filtre permettant d'isoler le doublet jaune $\Delta\lambda = 0,6 \text{ nm}$.

3) L'interféromètre est d'abord éclairé par le laser. Déterminer l'expression du signal $u(t)$. On enregistre 100 franges en $57,5 \text{ s}$. En déduire la valeur de la vitesse v_0 du miroir mobile et son incertitude de mesure.

4) L'interféromètre est maintenant éclairé par la lampe à vapeur de mercure associée au filtre vert. Cette raie n'est pas parfaitement monochromatique : son spectre présente un profil gaussien de largeur spectrale $\Delta\lambda = 1 \text{ pm}$. Définir puis calculer la valeur du temps Δt associée à cet élargissement spectral.

5) On donne (cf. figure) quelques interférogrammes observés avec différentes sources lumineuses. Associer, en le justifiant, chaque source à son interférogramme.



Correction

1) Le Michelson est éclairé par une source étendue. Les franges sont localisées à l'infini (c'est pour cela qu'on les observe dans le plan focal image d'une lentille mince convergente). En lame d'air, on observe des anneaux concentriques.

2) Le miroir est translaté à vitesse constante, donc l'épaisseur de la lame d'air vaut :

$$e = v_0 t$$

En lame d'air la différence de marche vaut :

$$\delta = 2e \cos(i)$$

Puisqu'on est au centre de l'écran : $i = 0$. On en déduit :

$$\delta = 2v_0 t$$

3) D'après la formule de Fresnel :

$$I = 2I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \delta\right) \right]$$

Puisque $u \propto I$, on a :

$$u(t) = U_0 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} 2v_0 t\right) \right]$$

On observe $N = 100$ franges en $\tau = 57,5$ s. Ainsi :

$$N = \frac{2v_0 \tau}{\lambda} \Rightarrow v_0 = \frac{\lambda N}{2\tau} = 0,55 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

4) Le temps de cohérence peut être interprété comme étant la durée moyenne d'un train d'onde émis par la source.

Lien entre la largeur fréquentielle d'une source et le temps de cohérence :

$$\Delta f \times \Delta t \sim 1$$

Or, pour des faibles largeurs :

$$\Delta f = \Delta \left(\frac{c}{\lambda} \right) = \frac{c \Delta \lambda}{\lambda^2}$$

où $\Delta \lambda$ est la largeur spectrale et c la vitesse de la lumière. On en déduit :

$$\Delta t \sim \frac{\lambda^2}{c \Delta \lambda} = 1 \text{ ns}$$

On aura donc brouillage des interférences dès que :

$$\delta \simeq c \Delta t = 30 \text{ cm}$$

5) Figure (b) : signal sinusoïdal sans perte de contraste, c'est le laser.

Figure (c) : signal sinusoïdal sans perte de contraste due à la décohérence temporelle, c'est le mercure avec filtre vert.

Figures (a) et (c) : pertes de contraste régulières (battements) du fait de la non-cohérence des deux raies dans un doublet. Plus les raies sont proches, plus les battements sont espacés. Donc (a) : doublet jaune du sodium ; et (d) : doublet jaune du mercure.