Plaque de cuisson par induction

Dans la cuisson à induction, le fond métallique des récipients de cuisson est directement chauffé par des courants de Foucault induits par un champ magnétique variable. Ce champ est créé par un bobinage, nommé inducteur, qui est alimenté en courant sinusoïdal.

On fait la modélisation suivante :

- L'inducteur est assimilé à une bobine de résistance $R_1 = 18$ mΩ et d'inductance propre $L_1 = 30$ µH. Il est alimenté par une tension $v_1(t)$ sinusoïdale de fréquence $f = 25$ kHz et amplitude $V_1 = 34$ V.
- Le fond du récipient est assimilé à une spire de courant de résistance $R_2 = 8,3$ mΩ et d'inductance propre $L_2 = 0,24$ µH.
- Les deux circuits sont couplés par une mutuelle inductance $M = 2,0$ µH.

1) Écrire les équations de couplage entre les intensités i_1 et i_2 dans l'inducteur et dans l'induit.

2) En utilisant la notation complexe, en déduire l'expression de la fonction de transfert $\underline{H} = \underline{I_2}/\underline{I_1}$ définie comme le rapport des amplitudes complexes des deux courants.

3) En déduire l'expression de l'impédance d'entrée du système : $\underline{Z_e} = \underline{V_1}/\underline{I_1}$.

4) Vérifier que $R_1 \ll L_1\omega$ et on fera de plu l'approximation que $R_2 \ll L_2\omega$ (même si cette dernière n'est pas totalement vérifiée). Simplifier alors les expressions précédentes.

5) Montrer que I_2 s'écrit :

$$I_2 = V_1 \, \frac{M}{(L_1 L_2 - M^2)\,\omega}$$

Faire l'application numérique.

6) Exprimer puis calculer la puissance moyenne $\langle \mathcal{P}_2 \rangle$ dissipée par effet Joule dans la casserole.

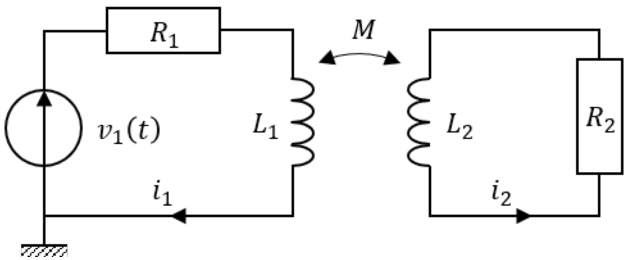
7) On soulève la plaque à chauffer. Comment varie cette puissance ?

Correction

Une question ? Un soucis de QRCode ? nicolasperrissin@gmail.com

Correction

1) Schéma du circuit :



Lois des mailles :

$$\boxed{v_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \quad \text{et} \quad 0 = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}}$$

2) En notation complexe, la second expression donne :

$$0 = (R_2 + j\omega L_2)\, \underline{I_2} + j\omega M\, \underline{I_1} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\underline{H} = \frac{\underline{I_2}}{\underline{I_1}} = -\frac{j\omega M}{R_2 + j\omega L_2}}$$

3) En notation complexe, la première expression donne :

$$\underline{V_1} = (R_1 + j\omega L_1)\, \underline{I_1} + j\omega M\, \underline{I_2}$$

Donc :

$$\underline{Z_e} = \frac{\underline{V_1}}{\underline{I_1}} = R_1 + j\omega L_1 + j\omega M\, \underline{H} = \boxed{R_1 + j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2}{R_2 + j\omega L_2}}$$

4) On a bien :

$$\begin{cases} R_1 = 18\ \text{m}\Omega \ll L_1\omega = 4,7\ \Omega \\ R_2 = 8,3\ \text{m}\Omega < L_2\omega = 38\ \text{m}\Omega \end{cases}$$

On simplifie alors la fonction de transfert :

$$\boxed{\underline{H} \simeq -\frac{M}{L_2}} \quad \Rightarrow \quad H = 8,3$$

ainsi que l'impédance d'entrée :

$$\boxed{\underline{Z_e} \simeq j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2}{j\omega L_2} = j\omega \left[L_1 - \frac{M^2}{L_2}\right]} \quad \Rightarrow \quad Z_e = 2,1\ \Omega$$

5) On a :

$$I_2 = H \times I_1 = V_1\, \frac{H}{Z_e} = V_1\, \frac{M}{\omega L_2 \left(L_1 - \dfrac{M^2}{L_2}\right)}$$

On a donc bien :

$$\boxed{I_2 = V_1\, \frac{M}{(L_1 L_2 - M^2)\,\omega} = 135\ \text{A}}$$

6) On en déduit la puissance dissipée par effet Joule :

$$\mathcal{P}_2 = R_2 i_2^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\langle \mathcal{P}_2 \rangle = \frac{1}{2} R_2 I_2^2 = 76\ \text{W}}$$

7) Lorsqu'on éloigne la casserole de la place, M chute vers 0, donc I_2 également, donc $\langle \mathcal{P}_2 \rangle$ également. Ce qui est logique, les circuits ne sont plus couplés magnétiquement.

Une question ? Un soucis de QRCode ? nicolasperrissin@gmail.com