Mouvement de gouttelettes chargées

On disperse dans un brouillard de fines gouttelettes sphériques d'huile, de masse volumique $\rho_h = 1,3{\cdot}10^3$ kg·m^{-3}, dans un espace séparant deux plaques horizontales d'un condensateur plan, distantes de $d = 2,0$ cm. Les gouttelettes sont chargées négativement et sans vitesse initiale.

Toutes les gouttelettes ont le même rayon R mais pas forcément la même charge $q < 0$. En l'absence de champ électrique, une gouttelette est soumise à son poids, à la poussée d'Archimède de l'air ambiant de masse volumique $\rho_h = 1,3$ kg·m^{-3} et à une force de frottement visqueux $\overrightarrow{f} = -\alpha R \overrightarrow{v}$, avec $\alpha = 3,4 \cdot 10^{-4}$ SI.

1) Déterminer la vitesse limite $\overrightarrow{v}_{lim}$ en l'absence de champ électrique.

2) Déterminer l'expression de la vitesse de gouttes $\overrightarrow{v}(t)$.

3) On mesure $v_{lim} = 2,0 \cdot 10^{-4}$ m·s^{-1}. Déterminer R.

On applique une différence de potentiel $U = V(z = d) - V(z = 0)$ de manière à avoir un champ électrique uniforme dirigé vers le bas.

4) Déterminer l'expression de $\overrightarrow{E}$.

5) Une gouttelette est immobilisée pour $U = 3,2$ kV. Calculer sa charge q.

6) Expliquer comment il est possible de déterminer la charge élémentaire à partir de cette expérience.

Correction

Correction

1) On rappelle que le volume d'une sphère s'écrit $\dfrac{4}{3}\pi R^3$. Donc la masse de la goutte d'huile vaut : $\dfrac{4}{3}\pi R^3\rho_h$; et la masse d'air déplacé par la goutte vaut : $\dfrac{4}{3}\pi R^3\rho_a$.
On applique le PFD à l'équilibre :

$$\overrightarrow{0} = \frac{4}{3}\pi R^3\left(\rho_h - \rho_a\right)\overrightarrow{g} - \alpha R\overrightarrow{v}_{lim} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\overrightarrow{v}_{lim} = \frac{4}{3\alpha}\pi R^2\left(\rho_h - \rho_a\right)\overrightarrow{g}}$$

2) On applique le PFD hors équilibre.

$$\frac{4}{3}\pi R^3\rho_h\frac{d\overrightarrow{v}}{dt} = \frac{4}{3}\pi R^3\left(\rho_h - \rho_a\right)\overrightarrow{g} - \alpha R\overrightarrow{v}$$

Sous forme canonique, on a donc :

$$\boxed{\frac{d\overrightarrow{v}}{dt} + \frac{\overrightarrow{v}}{\tau} = \frac{\overrightarrow{v}_{lim}}{\tau} \quad \text{avec :} \quad \tau = \frac{4}{3\alpha}\pi R^2\rho_h}$$

La solution s'écrit :

$$\boxed{\overrightarrow{v}(t) = \overrightarrow{v}_{lim}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

3) On trouve :

$$\boxed{R = \sqrt{\frac{3\alpha v_{lim}}{4\pi g\left(\rho_h - \rho_a\right)}} = 1,1\ \mu\text{m}}$$

4) Le champ électrique est constant, donc le potentiel est uniforme :

$$V(z) = V_0 + \frac{V_d - V_0}{d}\,z = V_0 + \frac{U}{d}\,z$$

Donc :

$$\boxed{\overrightarrow{E} = -\frac{dV}{dz}\,\overrightarrow{u}_z = -\frac{U}{d}\,\overrightarrow{u}_z}$$

5) On applique le PFD à l'équilibre :

$$\overrightarrow{0} = \frac{4}{3}\pi R^3\left(\rho_h - \rho_a\right)\overrightarrow{g} + q\overrightarrow{E} \quad \Rightarrow \quad \boxed{q = -\frac{4}{3}\pi R^3\left(\rho_h - \rho_a\right)\frac{gd}{U} = -\frac{d\alpha R v_{lim}}{U}}$$

Application numérique :

$$\boxed{q = -4,8\cdot 10^{-19}\ \text{C} = -3e}$$

6) On recommence l'expérience pour plusieurs gouttes. On va trouver $q = -ne$ avec $n \in \mathbb{N}^*$. La charge e sera leplus petit commun diviseur.

Une question ? Un soucis de QRCode ? nicolasperrissin@gmail.com