Moteur et récepteur de Lenoir

On considère la transformation cyclique de n moles de gaz parfait (de coefficient de Laplace γ), suffisamment lentement pour que l'équilibre mécanique soit constamment réalisé avec le milieu extérieur. Lors d'un cycle le gaz subit, dans cet ordre, les trois transformations suivantes : [AB] une transformation isobare, [BC] une transformation isotherme et [CA] une transformation isochore.

On note (P_0, V_0, T_0) les paramètres d'états du point A et T_1 la température lors de la transformation isotherme.

1) Déterminer les paramètres d'états (P, V, T) des points B et C en fonction de P_0, V_0, T_0 et T_1.

2) Déterminer le travail des forces de pression W et la chaleur Q échangée avec le milieu extérieur pour chaque étapes, en fonction de n, R, γ, T_0 et T_1.

3) Représenter le cycle dans un diagramme de Clapeyron pour $T_1 > T_0$ et pour $T_1 < T_0$. Ces cycles décrivent-ils un moteur ou un récepteur ?

Correction

Une question ? Un soucis de QRCode ? nicolasperrissin@gmail.com

Correction

1) [AB] est une transformation isobare de la température T_0 vers la température T_1, donc :

$$\boxed{P_B = P_0 \qquad T_B = T_1 \qquad V_B = \frac{nRT_1}{P_0} = \frac{T_1}{T_0}\,V_0}$$

[CA] est une transformation isochore de la température T_1 vers la température T_0, donc :

$$\boxed{V_C = V_0 \qquad T_C = T_1 \qquad P_C = \frac{nRT_1}{V_0} = \frac{T_1}{T_0}\,P_0}$$

2) **Pour l'étape [AB] :**

$$W_{AB} = -\int_{V_A}^{V_B} P_0\,dV = -P_0\,(V_B - V_A) = \boxed{-nR\,(T_1 - T_0)}$$

De plus,

$$\Delta U_{AB} = W_{AB} + Q_{AB} = \frac{nR}{\gamma - 1}\,(T_1 - T_0)$$

On en déduit :

$$Q_{AB} = \frac{nR}{\gamma-1}\,(T_1 - T_0) + nR\,(T_1 - T_0) = \boxed{\frac{\gamma nR}{\gamma - 1}\,(T_1 - T_0)}$$

Pour l'étape [BC] :

$$\Delta U_{BC} = C_v \Delta T = 0 = W_{BC} + Q_{BC}$$

Donc :

$$W_{BC} = -Q_{BC} = -\int_{V_B}^{V_C} P\,dV = -nRT_1 \int_{V_B}^{V_C} \frac{dV}{V} = \boxed{-nRT_1 \ln\left(\frac{T_0}{T_1}\right)}$$

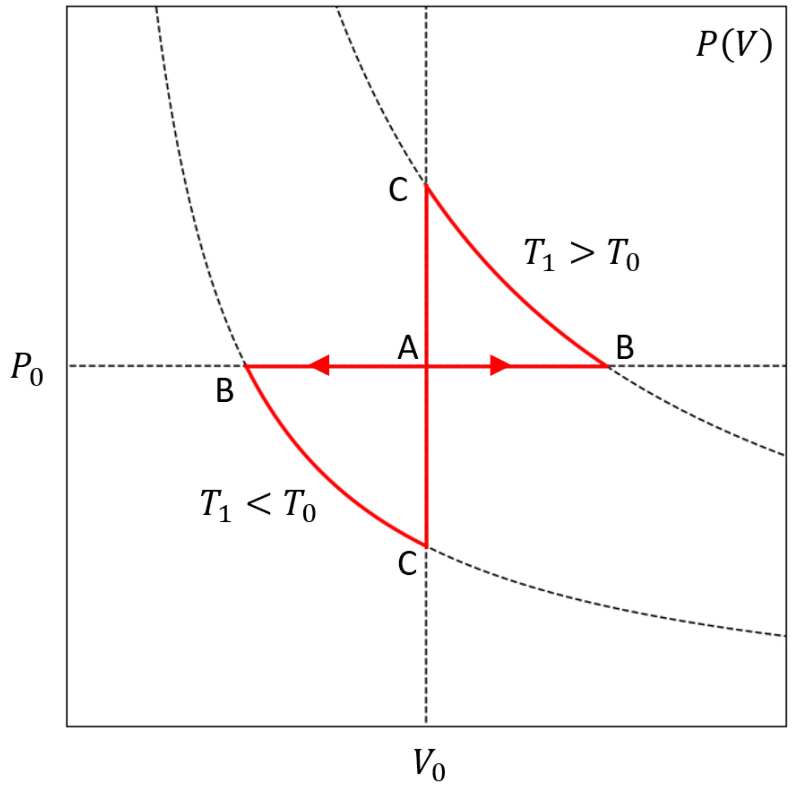
Pour l'étape [CA] :

$$\boxed{W_{CA} = -\int_{V_A}^{V_C} P\,dV = 0}$$

On en déduit :

$$\Delta U_{CA} = \boxed{Q_{CA} = \frac{nR}{\gamma - 1}\,(T_0 - T_1)}$$

3) Selon la valeur de T_1, nous pouvons avoir les deux cycles ci-dessous.



On voit graphiquement que les deux cycles sont parcourus dans le sens trigonométrique (cycle récepteur). Cela se vérifie également en regardant le signe du travail du cycle :

$$\begin{aligned} W_{cycle} &= W_{AB} + W_{BC} + W_{CA} \\ &= -nR\,(T_1 - T_0) - nRT_1 \ln\left(\frac{T_0}{T_1}\right) \\ &= nRT_1\Big(x - 1 - \ln(x)\Big) \quad \text{avec :} \quad x = \frac{T_0}{T_1} \\ &> 0 \end{aligned}$$

Une question ? Un soucis de QRCode ? nicolasperrissin@gmail.com