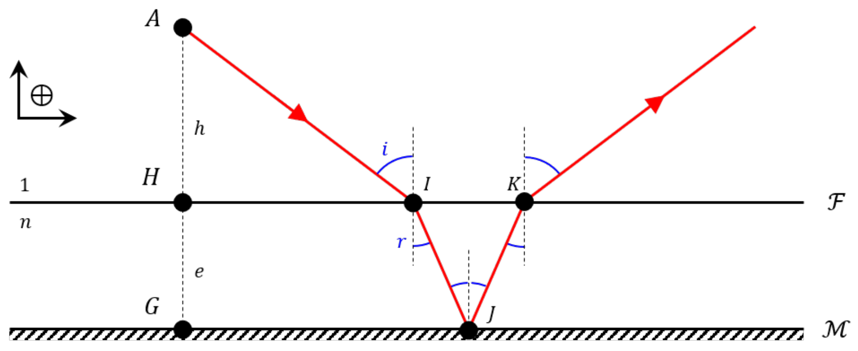
Miroir domestique

Les miroirs domestiques sont des lames de verre dont la face arrière, recouverte d'un dépôt métallique d'argent, est une surface réfléchissante. On appelle $\mathcal{M}$ le miroir et $\mathcal{F}$ la face supérieure du verre. On note e l'épaisseur de la lame de verre et n son indice optique. L'indice optique de l'air est pris égal à 1.

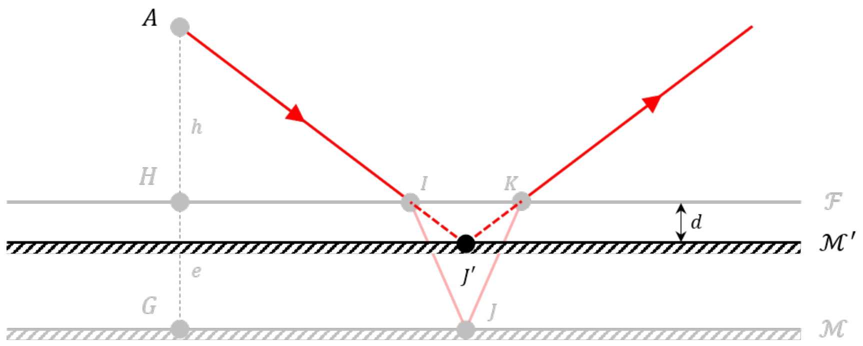
On considère un point objet A situé à une distance h du miroir qui émet des rayons lumineux en direction du miroir domestique.



1) Reproduire et compléter le schéma ci-dessus en indiquant les valeurs des différents angles en J et K.

2) Est-il possible, en choisissant correctement l'angle i et/ou l'indice du verre n, d'obtenir une réflexion totale au point K ?

On remarque (voir schéma ci-dessous) que le même rayon émergent aurait été obtenu si le miroir domestique avait été un miroir pur noté $\mathcal{M}'$ (sans lame de verre) placé à une distance d de $\mathcal{F}$.



3) Déterminer d en fonction de e, i et r.

4) Énoncer les conditions de Gauss. Dans ces conditions, exprimer d en fonction de e et n. Conclure.

On souhaite dans la suite retrouver le résultat de la question 3 à l'aide des formules de conjugaison. On note :

$$A \xrightarrow{\mathcal{F}} A_1 \xrightarrow{\mathcal{M}} A_2 \xrightarrow{\mathcal{F}} A'$$

Tous ces points se trouvent sur l'axe (AH), où H est le projeté orthogonal de A sur $\mathcal{F}$.

5) Placer sur votre schéma, à l'aide d'une construction graphique, les points A_1, A_2 et A'.

6) Déterminer en fonction de i et r, les relations de conjugaison qui relient :

- $\overline{HA}$ et $\overline{HA_1}$;
- $\overline{GA_1}$ et $\overline{GA_2}$;
- $\overline{HA_2}$ et $\overline{HA'}$.

7) En déduire que :

$$\overline{AA'} = 2\left(h + e\,\frac{\tan(r)}{\tan(i)}\right)$$

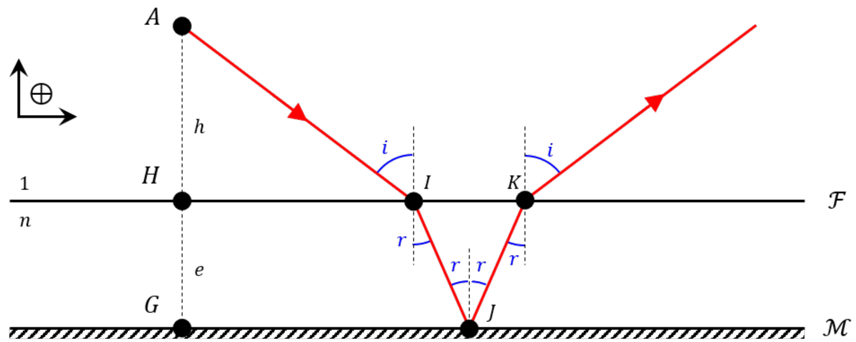
8) Conclure : à quelle distance d de $\mathcal{F}$ faut-il placé $\mathcal{M}'$ pour obtenir le même rayon émergent ?

Correction

Une question ? Un soucis de QRCode ? nicolasperrissin@gmail.com

Correction

1)



2) Non car l'angle en sortie vaut i, l'angle d'incidence.

3) On appelle L le milieu de IK et on note $\delta = IL$. Dans les triangles ILJ et ILJ', on a :

$$\tan(r) = \frac{\delta}{e} \quad \text{et} \quad \tan(i) = \frac{\delta}{d} \quad \Rightarrow \quad \boxed{d = e\,\frac{\tan(r)}{\tan(i)}}$$

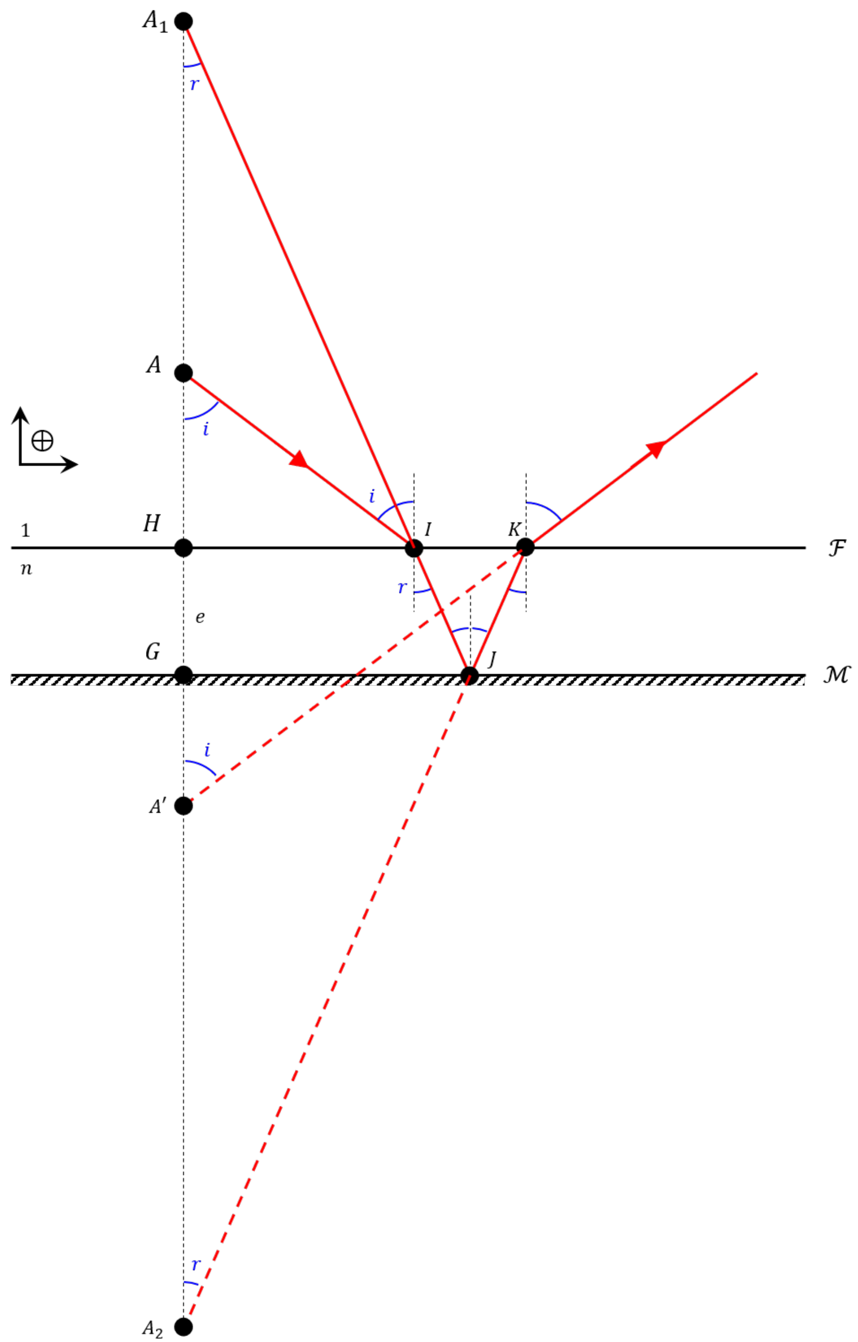
4) Conditions de Gauss : rayons proches de l'axe optique et faisant un angle faible avec l'axe optique.

Dans ces conditions (relation précédente et loi de Snell-Descartes) :

$$d = e\,\frac{r}{i} \quad \text{et} \quad i = nr \quad \Rightarrow \quad \boxed{d = \frac{e}{n}}$$

Cette distance ne dépend plus de l'angle d'incidence. Le miroir domestique devient donc équivalent à un miroir parfait dans les conditions de Gauss, il devient donc en particulier stigmatique et aplanétique.

5)



Une question ? Un soucis de QRCode ? nicolasperrissin@gmail.com

6) On a :

$$\tan(i) = \frac{\overline{HI}}{\overline{HA}} \quad \text{et} \quad \tan(r) = \frac{\overline{HI}}{\overline{HA_1}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\overline{HA_1} = \overline{HA}\,\frac{\tan(i)}{\tan(r)}} \quad (1)$$

De plus,

$$\tan(r) = \frac{\overline{GJ}}{\overline{GA_1}} = \frac{\overline{GJ}}{-\overline{GA_2}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\overline{GA_2} = -\overline{GA_1}} \quad (2)$$

Enfin,

$$\tan(i) = \frac{\overline{HK}}{-\overline{HA'}} \quad \text{et} \quad \tan(r) = \frac{\overline{HK}}{-\overline{HA_2}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\overline{HA_2} = \overline{HA'}\,\frac{\tan(i)}{\tan(r)}} \quad (3)$$

7) D'après (1) et (3), on a :

$$\overline{AA'} = \overline{AH} + \overline{HA'} = \frac{\tan(r)}{\tan(i)}\left(\overline{A_1H} + \overline{HA_2}\right) = \overline{A_1A_2}\,\frac{\tan(r)}{\tan(i)}$$

Avec (2), il vient :

$$\overline{AA'} = 2\,\overline{A_1G}\,\frac{\tan(r)}{\tan(i)}$$

Or,

$$\overline{A_1G} = \overline{A_1H} + e = \overline{AH}\,\frac{\tan(i)}{\tan(r)} + e = h\,\frac{\tan(i)}{\tan(r)} + e$$

On en déduit :

$$\boxed{\overline{AA'} = 2\left(h + e\,\frac{\tan(r)}{\tan(i)}\right)}$$

8) Le miroir $\mathcal{M}'$ doit être au centre de $\overline{AA'}$, c'est-à-dire :

$$\overline{AA'} = 2\,(h+d) \quad \Rightarrow \quad \boxed{d = e\,\frac{\tan(r)}{\tan(i)}}$$

Une question ? Un soucis de QRCode ? nicolasperrissin@gmail.com