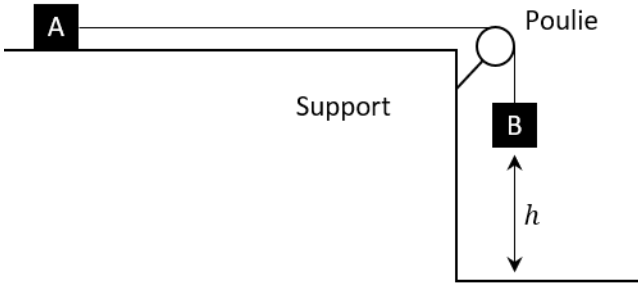
Mesure d'un coefficient de frottement

On considère deux masses identiques, de centre de masse A et B, reliées par un fil inextensible. On néglige la masse du fil et de la poulie. Le fil ne glisse pas sur la poulie et cette dernière tourne sans frottement. À $t = 0$, on lâche la masse B d'une hauteur h, les deux masses ne possédant pas de vitesse initiale. On note f le coefficient de frottement solide entre A et le support.



1) Placer les forces qui interviennent au niveau des masses, du fil, de la poulie.

2) Appliquer le TMC à la poulie et en déduire que la poulie permet de changer le sens de tension du fil sans en changer la norme.

3) Déterminer le temps τ où B touche le sol.

4) Déterminer la vitesse de la masse A au moment où la masse B touche le sol.

On appelle d la distance totale parcourue par la masse A pour s'arrêter (depuis la position initiale).

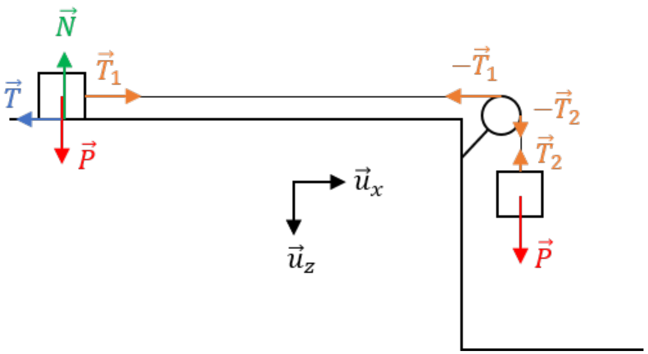
5) Exprimer le coefficient de frottement en fonction de h et de d.

Correction

Une question ? Un soucis de QRCode ? nicolasperrissin@gmail.com

Correction

1)



On montre par un PFD sur A que $\vec{0} = \vec{P} + \vec{N}$.
On montre par un PFD sur chaque élément de corde (de masse nulle) qu'on a $\vec{T}_i$ et $-\vec{T}_i$ aux deux extrémités.
Tant que la masse A glisse, on a $T = fmg$.
La poulie subit une force supplémentaire $\vec{F}_{\text{pivot}}$ en son centre non représentée, nécessaire pour la maintenir immobile.
2) TMC sur l'axe passant par le centre de la poulie de masse nulle ($J = 0$) et de rayon R. Le moment de $\vec{F}_{\text{pivot}}$ est donc nul (bras de levier nul).

$$0 = RT_1 - RT_2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{T_1 = T_2}$$

Le sens de la tension du câble change mais sa norme se conserve.
3) PFD sur A (x) et B (z) avec tout ce qui précède :

$$\begin{cases} m\ddot{x} = T_1 - T = T_1 - fmg \\ m\ddot{z} = mg - T_2 = mg - T_1 = mg - m\ddot{x} - fmg \end{cases}$$

Or le fil est tendu et inextensible, donc sa longueur est constante :

$$L = -x + z \quad \Rightarrow \quad \ddot{x} = \ddot{z}$$

Ainsi,

$$2m\ddot{z} = mg - fmg \quad \Rightarrow \quad \ddot{z} = \frac{g\,(1-f)}{2} \quad \Rightarrow \quad z(t) = \frac{g\,(1-f)}{4}t^2 + z_0$$

Le masse B parcourt une distance h en un temps τ :

$$z_0 + h = \frac{g\,(1-f)}{4}\tau^2 + z_0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\tau = \sqrt{\frac{4h}{g\,(1-f)}}}$$

4) Toujours par inextensibilité du câble, $\dot{x} = \dot{z}$ au moment où la masse B touche le sol.

$$\boxed{v_0 = \dot{z}(t=\tau) = \frac{g\,(1-f)}{2}\tau = \sqrt{hg\,(1-f)}}$$

5) Le théorème de l'énergie cinétique donne la distance de glisse entre le moment où B touche le sol et le moment où A s'arrête. Lors de cette phase, la force $\vec{T}_1$ n'existe plus car la corde n'est plus tendue, et $\vec{P}$ et $\vec{N}$ le travaillent pas car ces forces sont perpendiculaires au mouvement.

$$0 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \int_h^d \vec{T} \cdot dx\,\vec{u}_x$$

Ainsi,

$$-\frac{1}{2}mv_0^2 = -fmg \int_h^d dx = -fmg\,(d-h)$$

On en déduit :

$$\frac{1}{2}mhg\,(1-f) = fmg\,(d-h) \quad \Rightarrow \quad \boxed{f = \frac{h}{2d-h}}$$

Une question ? Un soucis de QRCode ? nicolasperrissin@gmail.com