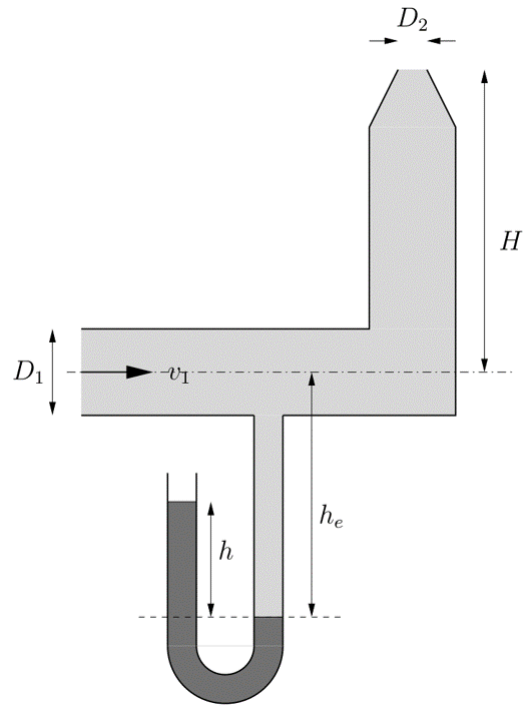


Manomètre à mercure

De l'eau circule dans un coude de diamètre D_1 et sort sous forme de jet vers le haut à travers une buse de diamètre D_2 . L'écoulement est parfait, stationnaire, incompressible et homogène. On négligera l'effet de la pesanteur dans l'épaisseur du tube horizontal.

Un manomètre à mercure est placé en un point S de la tuyauterie horizontale, en amont du coude.

Données : $v_1 = 0,50 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $D_1 = 9,0 \text{ cm}$, $D_2 = 3,0 \text{ cm}$, $H = 2,0 \text{ m}$, $h_e = 40 \text{ cm}$ et $d_{\text{Hg}} = 13$ la densité du mercure.



- 1) Exprimer puis calculer l'élévation h du mercure en fonction des données du problème.
- 2) Pourquoi utilise-t-on du mercure ? Retracer sommairement le schéma si on remplaçait le mercure par un liquide de densité proche de 1.



Correction

1) On indice par 1 les données dans la partie horizontale du coude, par 2 les données au niveau de la buse et par 3 à l'interface eau/mercure.

On utilise la relation de Bernoulli (écoulement parfait, stationnaire, incompressible et homogène) pour l'eau :

$$P_0 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 = P_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2$$

Et avec la conservation du débit volumique (écoulement incompressible) :

$$D_v = v_1 S_1 = v_2 S_2 \quad \Rightarrow \quad v_2 = \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 v_1$$

Ainsi :

$$P_1 = P_0 + \rho g H + \frac{\rho v_1^2}{2} \left[\left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 - 1 \right]$$

On utilise enfin la relation fondamentale de la statique des fluides pour le mercure :

$$P_3 = P_0 + \rho_{\text{Hg}} g h = P_1 + \rho g h_e \quad \Rightarrow \quad P_1 = P_0 + \rho_{\text{Hg}} g h - \rho g h_e$$

On égalise les deux expressions de la pression P_1 et on isole h .

$$h = \frac{h_e + H}{d_{\text{Hg}}} + \frac{v_1^2}{2g d_{\text{Hg}}} \left[\left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 - 1 \right] = 19 \text{ cm}$$

2) Si $d \rightarrow 1$, alors on aura nécessairement $h > h_e + H$, c'est-à-dire que la hauteur du liquide dans le manomètre sera plus grande que la hauteur coude, ce qui n'est pas très pratique...