Fonctionnement d'un capteur à induction

On considère une boucle carrée $PQMN$ de côté a (figure n°1). Les points P_1 et P_2 sont reliés à un voltmètre. On suppose que règne dans le demi-espace $x > 0$ un champ magnétique constant, $\overrightarrow{B} = B_0\,\overrightarrow{u}_y$, tandis que le champ magnétique régnant dans le demi-espace $x < 0$ est nul.

La boucle carrée est animée d'un mouvement de translation à vitesse constante $\overrightarrow{v}_0 = v_0\,\overrightarrow{u}_x$. Le segment MN entre dans le demi-espace $x > 0$. La position du circuit est définie par la position $(x_C,\ y_C)$ de son centre C.

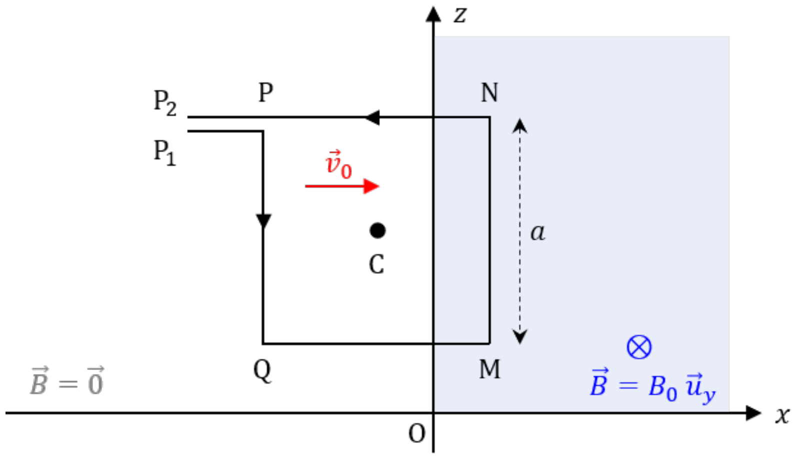

Figure n°1

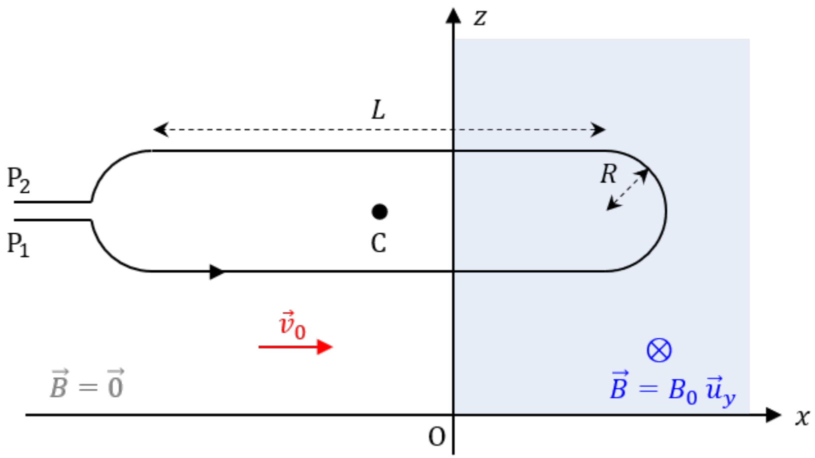

Figure n°2

1) Donner l'expression du flux $\phi(t)$ du champ magnétique à travers ce circuit (figure n°1) en fonction de l'abscisse $x_C(t)$.

2) En déduire la valeur de la force électromotrice induite e mesurée par le voltmètre.

La boucle est désormais modélisée par un circuit constitué de deux portions rectilignes, de longueur L, fermées par deux portions semi-circulaires de rayon R (figure n°2). On se limitera au cas où $|x_C| < L/2$.

3) Reprendre les questions 1 et 2 pour le circuit n°2.

Pour augmenter la sensibilité du dispositif, il faut augmenter le flux magnétique traversant le circuit. On considère ainsi l'enroulement plan constitué de N boucles régulièrement espacées, de forme similaire au circuit précédent (figure n°3). Les rayons intérieur et extérieur de l'enroulement sont notés R_0 et R_{N-1}. On se limite toujours au cas où $|x_C| < L/2$.

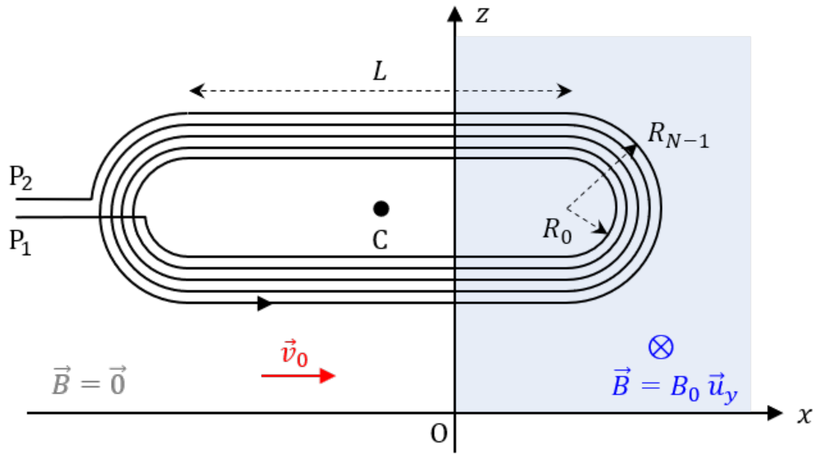

Figure n°3

4) Donner l'expression du rayon R_k de la k-ième boucle en fonction de k, N, R_0 et R_{N-1}.

5) En déduire la valeur de la force électromotrice e_k induite dans cette boucle.

6) En déduire la force électromotrice e_{tot} mesurée par le voltmètre.

Correction

Correction

1) Vecteur surface de la spire immergée dans le champ magnétique :

$$\overrightarrow{S} = -Lx_M\overrightarrow{u}_y = -a\left(x_C + \frac{a}{2}\right)\overrightarrow{u}_y$$

On en déduit le flux :

$$\boxed{\phi = \overrightarrow{B}\cdot\overrightarrow{S} = -aB_0\left(x_C + \frac{a}{2}\right)}$$

2) Loi de Faraday :

$$\boxed{e = -\frac{d\phi}{dt} = aB_0v_0}$$

3) Vecteur surface de la spire immergée dans le champ magnétique :

$$\overrightarrow{S} = -\left(\frac{\pi R^2}{2} + 2R\left(x_C + \frac{L}{2}\right)\right)\overrightarrow{u}_y$$

On en déduit le flux :

$$\boxed{\phi = \overrightarrow{B}\cdot\overrightarrow{S} = -B_0\left(\frac{\pi R^2}{2} + 2R\left(x_C + \frac{L}{2}\right)\right)}$$

Loi de Faraday :

$$\boxed{e = -\frac{d\phi}{dt} = 2RB_0v_0}$$

4) On a :

$$\boxed{R_k = R_0 + \frac{k}{N-1}\left(R_{N-1} - R_0\right)}$$

5) D'après la question 3 :

$$\boxed{e_k = 2R_kB_0v_0}$$

6) Les boucles sont en série, la fem totale est donc la somme des fem de chaque boucle :

$$e_{tot} = \sum_{k=0}^{N-1} e_k = 2B_0v_0\left(NR_0 + \frac{R_{N-1} - R_0}{N-1} \times \frac{N\left(N-1\right)}{2}\right)$$

Après simplification :

$$\boxed{e_{tot} = B_0v_0\Big(R_0 + R_{N-1}\Big)}$$

Remarque : on retrouve bien $e = 2RB_0v_0$ lorsque $N = 1$.

Une question ? Un soucis de QRCode ? nicolasperrissin@gmail.com