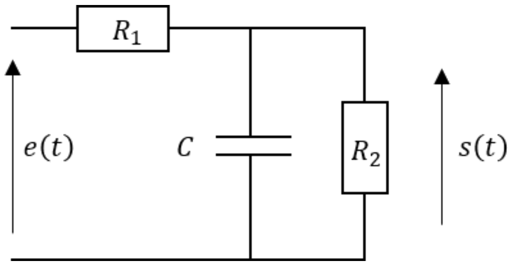
Filtre $R_1(C\|R_2)$

On considère le filtre ci-dessous.



1) Déterminer sans calcul la nature du filtre.

2) Déterminer la fonction de transfert et la mettre sous la forme canonique :

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1+jx}$$

avec $x = \omega/\omega_0$. Exprimer H_0 et ω_0 en fonction de R_1, R_2 et C.

3) Quel est l'ordre du filtre ?

4) Tracer son diagramme de Bode.

5) Déterminer la fréquence de coupure f_c ainsi que la bande passante à -3 dB.

On suppose que le signal d'entrée est de la forme :

$$e(t) = E\left(1 + \cos(\omega t)\right)$$

6) Déterminer l'expression approchée du signal de sortie $s(t)$ si $\omega = 100\,\omega_c$.

On suppose désormais que le signal d'entrée est un signal créneau variant de 0 à E avec un rapport cyclique $1/2$ et une pulsation ω.

7) Décrire qualitativement l'allure du signal de sortie si $\omega = 10\,\omega_c$.

8) Décrire qualitativement l'allure du signal de sortie si $\omega = \omega_c/20$.

Correction

Correction

1) En BF, le condensateur est équivalent à un circuit ouvert. On applique le pont diviseur de tension :

$$\underline{s} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}\,\underline{e}$$

Ce filtre laisse passer les BF mais les atténue légèrement.

En HF, le condensateur est équivalent à un fil. La tension aux bornes d'un fil est nul, donc :

$$\underline{s} = 0$$

Ce filtre coupe les hautes fréquences.

Il s'agit donc d'un passe-bas.

2) On pose l'impédance équivalente :

$$\underline{Z_{eq}} = \left(\frac{1}{R_2} + j\omega C\right)^{-1} = \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C}$$

Avec un pont diviseur de tension :

$$\underline{H} = \frac{\underline{Z_{eq}}}{R_1 + \underline{Z_{eq}}} = \frac{R_2}{R_1\left(1 + j\omega R_2 C\right) + R_2}$$

On divise le numérateur et le dénominateur par $R_1 + R_2$.

$$\boxed{\underline{H} = \frac{H_0}{1 + jx} \quad \text{avec :} \quad H_0 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{et} \quad \omega_0 = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 C}}$$

3) Ordre 1.

4) En BF :

$$\underline{H}(x \ll 1) \simeq H_0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} G_{dB} = 20\log(H_0) \\ \phi = 0 \end{cases}$$

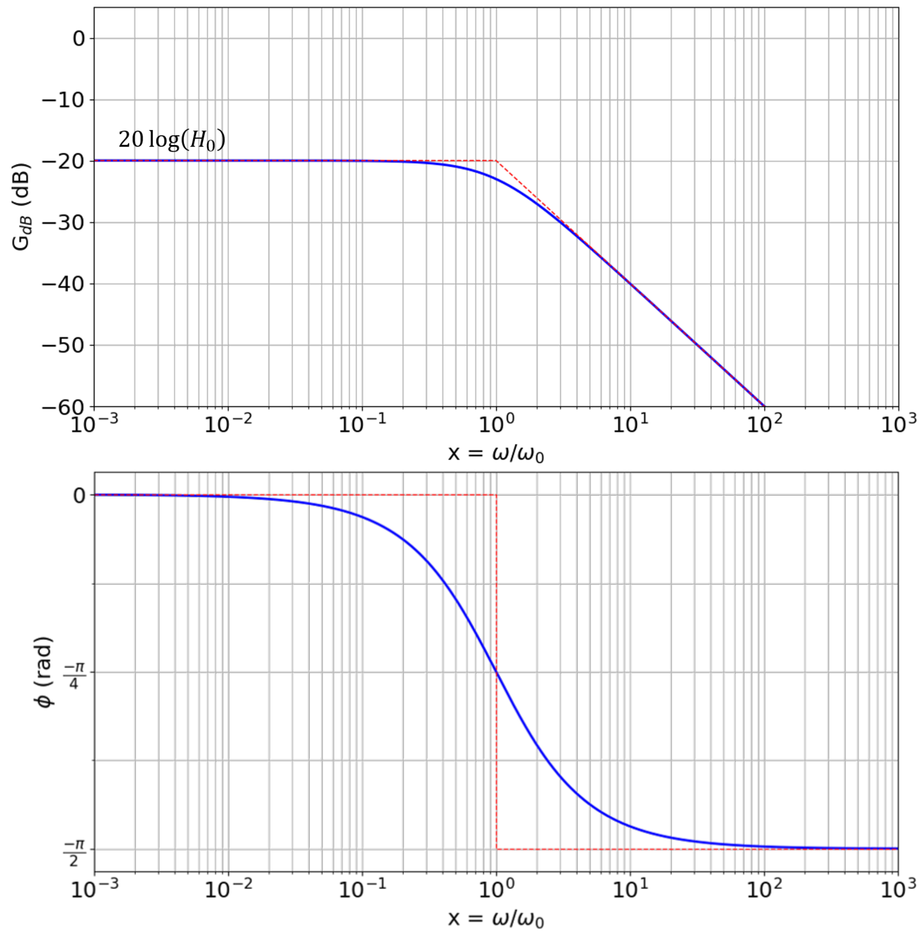
En HF :

$$\underline{H}(x \gg 1) \simeq \frac{H_0}{jx} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} G_{dB} = 20\log(H_0) - 20\log(x) \\ \phi = -\pi/2 \end{cases}$$

Pour $x = 1$:

$$\underline{H}(x = 1) = \frac{H_0}{1 + j} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} G_{dB} = 20\log(H_0) - 3 \\ \phi = -\pi/4 \end{cases}$$

On en déduit le graphe (tracer pour $H_0 = 1/10$) :



5) Cf. question précédente : la fréquence de coupure $f_c = f_0$ et la bande passante contient toutes les fréquences de 0 à f_0.

6) La compose continue survie au filtre passe-bas (mais elle est atténuée). La composante à $\omega = 100\,\omega_c$ est une très haute fréquence, elle est coupée par le filtre. Ainsi,

$$s(t) = H_0 E = \frac{R_2}{R_1 + R_2}\,E$$

7) La composante continue ($E/2$) passe toujours en étant atténuée par un facteur H_0. Tout le reste du spectre de $e(t)$ est dans la pente de -20 dB/dec. Le filtre se

Une question ? Un soucis de QRCode ? nicolasperrissin@gmail.com

comporte donc comme un intégrateur. En revanche, il atténue grandement l'amplitude du signal. On a donc en sortie un signal triangle de faible amplitude, oscillant autour d'une valeur moyenne $H_0E/2$.

8) Les premiers harmoniques passent (en étant atténués). Les harmoniques de haut rang sont de plus en plus coupés. Intuitivement, on a donc un signal créneau de valeur moyenne $H_0E/2$ avec des frontières « arrondies ». En réalité, on sait qu'il s'agit de charges / décharges du condensateur. Le signal de sortie est donc une série de charges exponentielles (plateau à H_0E) et décharges exponentielles (plateau à 0).