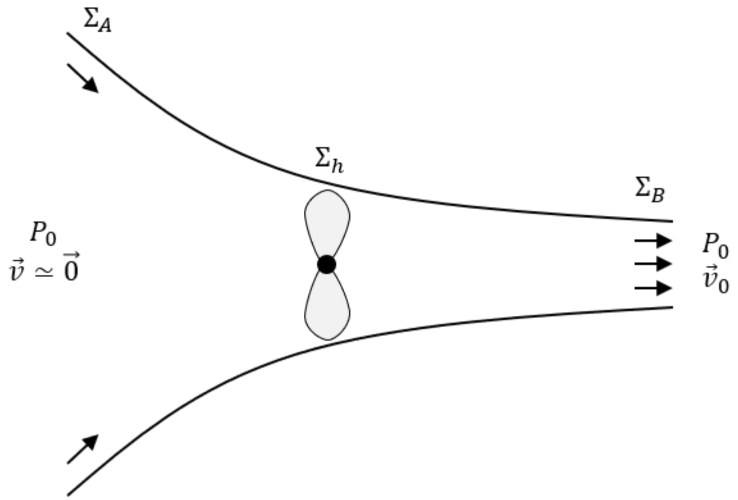
Étude d'une soufflerie

Une soufflerie est schématisée selon la figure ci-dessous.



L'air sera supposé incompressible, homogène et parfait, de masse volumique ρ. La pesanteur sera négligée. Le diamètre de sortie de la soufflerie est D_B et l'air y possède une vitesse v_0. Au niveau de l'hélice, le diamètre est D_h. On se place en régime stationnaire.

1) Déterminer, en fonction de ρ et v_0, la différence de pression ΔP existant de part et d'autre de l'hélice.

2) Déterminer la puissance utile $\mathcal{P}_u$ fournie par la soufflerie, puis la norme F de la force exercée par le fluide sur l'hélice.

Correction

Une question ? Un soucis de QRCode ? nicolasperrissin@gmail.com

Correction

1) On indice par 1 les propriétés de l'air juste avant l'hélice et par 2 les propriétés de l'air juste après l'hélice.

L'écoulement est incompressible donc le débit volumique se conserve. On niveau de l'hélice, on a donc :

$$D_v = v_1 S_h = v_2 S_h \quad \Rightarrow \quad v_1 = v_2$$

On utilise la relation de Bernoulli pour l'écoulement avant l'hélice (écoulement parfait, stationnaire, incompressible et homogène) entre la surface Σ_A et la surface Σ_h.

$$P_0 = P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2$$

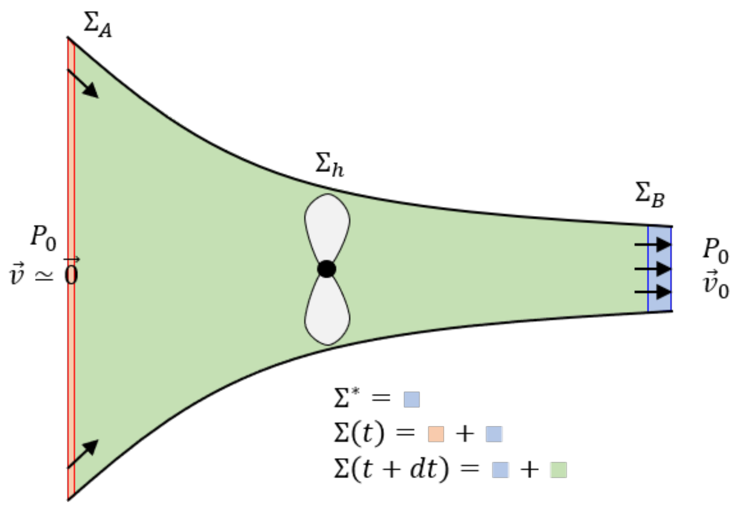
De même, on utilise la relation de Bernoulli pour l'écoulement après l'hélice entre la surface Σ_B et la surface Σ_h.

$$P_0 + \frac{1}{2}\rho v_0^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

On en déduit :

$$\boxed{\Delta P = P_2 - P_1 = \frac{1}{2}\rho v_0^2}$$

2) On fait un bilan d'énergie cinétique sur le système fermé décrit ci-dessous. On indique par $*$ la partie commune au système à t et $t+dt$.



$$\frac{d\mathcal{E}_c}{dt} = \mathcal{P}_u$$

Avec :

$$\begin{cases} \mathcal{E}_c(t+dt) = \mathcal{E}_c^* + \frac{1}{2}\rho \times S_B v_0 dt \times v_0^2 \\ \mathcal{E}_c(t) = \mathcal{E}_c^* + 0 \end{cases}$$

Ainsi,

$$\boxed{\mathcal{P}_u = \frac{\rho\pi D_B^2 v_0^3}{8}}$$

Cette puissance est celle de exercée par l'hélice sur le fluide. En norme, la force exercée par le fluide sur l'hélice est égale à la force exercée par l'hélice sur le fluide (principe des actions réciproques). Donc :

$$\mathcal{P}_u = F v_2 \quad \text{avec :} \quad D_v = v_2 S_h = v_0 S_B$$

On en déduit donc :

$$F = \frac{\mathcal{P}_u}{v_2} = \frac{\mathcal{P}_u}{v_0}\left(\frac{D_h}{D_B}\right)^2 = \boxed{\frac{\rho\pi D_h^2 v_0^2}{8}}$$