

## Étude d'un cycle [v2]

---

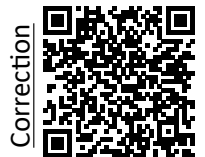
On considère  $n = 1$  mol de gaz parfait de coefficient  $\gamma = 1.4$  qui subit la succession de transformations suivantes :

- A  $\rightarrow$  B : détente adiabatique réversible de  $P_A = 2$  bar et  $T_A = 300$  K jusqu'à  $P_B = 1$  bar ;
- B  $\rightarrow$  C : évolution isobare au contact d'un thermostat de température  $T_C$  ;
- C  $\rightarrow$  A : compression isotherme jusqu'à revenir à l'état A.

- 1) Représenter ce cycle dans le diagramme de Clapeyron.
- 2) À partir du diagramme, déterminer le signe du travail total des forces de pression au cours du cycle. En déduire s'il s'agit d'un cycle moteur ou d'un cycle récepteur.
- 3) Déterminer les valeurs de  $P$ ,  $T$ , et  $V$  aux points A, B et C.
- 4) Déterminer la variation d'entropie, l'entropie échangée et l'entropie créée à chaque étape.
- 5) Est-il possible de réaliser les étapes dans l'autre sens ? Si c'est impossible, quel changement mineur faudrait-il réaliser pour rendre cette opération possible ?

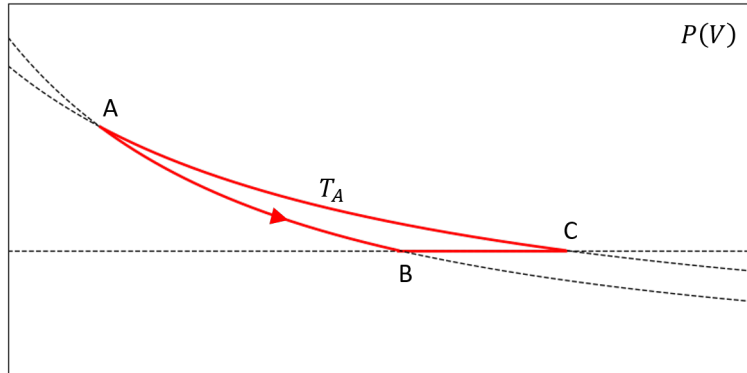
Formulaire : entropie d'un gaz parfait :

$$S = C_V \left[ \ln(P) + \gamma \ln(V) \right] + cte$$



## Correction

1) Cycle :



2) Le cycle est parcouru dans le sens trigonométrique, il s'agit donc d'un cycle récepteur.

3) Point A :

$$P_A = 2 \text{ bar} \quad T_A = 300 \text{ K} \quad V_A = \frac{nRT_A}{P_A} = 12,47 \text{ L}$$

On utilise la loi de Laplace sur l'étape A → B.

$$PV^\gamma = cte \Rightarrow P_A V_A^\gamma = P_B V_B^\gamma \Rightarrow V_B = V_A \left( \frac{P_A}{P_B} \right)^{1/\gamma} = 20,46 \text{ L}$$

De même avec la température et la pression :

$$T^\gamma P^{1-\gamma} = cte \Rightarrow T_B = T_A \left( \frac{P_A}{P_B} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 246,1 \text{ K}$$

Point C :

$$T_C = 300 \text{ K} \quad P_C = 1 \text{ bar} \quad V_C = \frac{nRT_C}{P_C} = 24,94 \text{ L}$$

4) L'étape A → B est une adiabatique  $S_{e,AB} = 0$  réversible  $S_{c,AB} = 0$ . Le second principe assure donc que  $\Delta S_{AB} = 0$ .

L'étape B → C est une isobare. Le premier principe (version enthalpique) et la loi de Joule pour une transformation isotherme donnent :

$$\Delta H_{BC} = Q_{BC} = C_P (T_C - T_B)$$

On en déduit l'entropie échangée :

$$S_{e,BC} = \frac{Q_{BC}}{T_C} = C_P \left( 1 - \frac{T_B}{T_A} \right) = 5,23 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$$

De plus, le formulaire donne :

$$S = C_V \left[ \ln(P) + \gamma \ln(V) \right] + cte = C_V \left[ (1 - \gamma) \ln(P) + \gamma \ln(T) \right] + cte'$$

On en déduit :

$$\Delta S_{BC} = \gamma C_V \ln\left(\frac{T_C}{T_B}\right) = -C_P \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right) = 5,76 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$$

Le second principe donne donc :

$$S_{c,BC} = \Delta S_{BC} - S_{e,BC} = C_P \left[ \frac{T_B}{T_A} - 1 - \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right) \right] = 0,535 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$$

L'étape C → A est une isotherme. Le premier principe et la loi de Joule pour une transformation isotherme donnent :

$$\Delta U_{CA} = 0 = W_{CA} + Q_{CA}$$

Or, le travail des forces de pression vaut :

$$W_{CA} = - \int_{V_C}^{V_A} P dV = -nRT_A \int_{V_C}^{V_A} \frac{dV}{V} = -nRT_A \ln\left(\frac{V_A}{V_C}\right)$$

On en déduit l'entropie échangée :

$$S_{e,CA} = \frac{Q_{CA}}{T_A} = nR \ln\left(\frac{V_A}{V_C}\right)$$

De plus, le formulaire donne :

$$S = C_V \left[ \ln(P) + \gamma \ln(V) \right] + cte = C_V \left[ \ln(T) + (\gamma - 1) \ln(V) \right] + cte'$$

On en déduit :

$$\Delta S_{CA} = C_V (\gamma - 1) \ln\left(\frac{V_C}{V_A}\right) = nR \ln\left(\frac{V_C}{V_A}\right)$$

Le second principe donne donc :

$$S_{c,CA} = \Delta S_{CA} - S_{e,CA} = 0$$

5) L'étape  $B \rightarrow C$  est irréversible, il est donc impossible de la réaliser dans le sens contraire. En effet, cela signifierait que le gaz passe spontanément de l'état  $C$  à l'état  $B$ , tout en restant au contact du thermostat  $T_C$ , ce qui est absurde. Pour rendre l'état réaliste, il faudrait changer la température du thermostat et choisir une température  $T_B$ . Dans ce cas, le gaz pourrait passer du point  $C$  au point  $B$  (de manière irréversible).