Étude d'un cycle [v1]

On considère $n = 1$ mol de gaz parfait de coefficient $\gamma = 1.4$ qui subit la succession de transformations suivantes :

- A $\rightarrow$ B : détente adiabatique réversible de $P_A = 2$ bar et $T_A = 300$ K jusqu'à $P_B = 1$ bar ;
- B $\rightarrow$ C : évolution isochore au contact d'un thermostat de température T_C ;
- C $\rightarrow$ A : compression isotherme jusqu'à revenir à l'état A.

1) Représenter ce cycle dans le diagramme de Clapeyron.

2) À partir du diagramme, déterminer le signe du travail total des forces de pression au cours du cycle. En déduire s'il s'agit d'un cycle moteur ou d'un cycle récepteur.

3) Déterminer les valeurs de P, T, et V aux points A, B et C.

4) Déterminer la variation d'entropie, l'entropie échangée et l'entropie créée à chaque étape.

5) Est-il possible de réaliser les étapes dans l'autre sens ? Si c'est impossible, quel changement mineur faudrait-il réaliser pour rendre cette opération possible ?

Formulaire : entropie d'un gaz parfait :

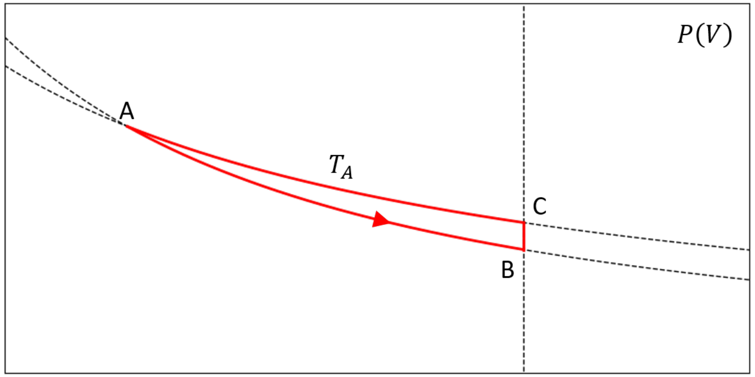
$$S = C_V \Big[\ln(P) + \gamma \ln(V) \Big] + cte$$

Correction

Une question ? Un soucis de QRCode ? nicolasperrissin@gmail.com

Correction

1) Cycle :



2) Le cycle est parcouru dans le sens trigonométrique, il s'agit donc d'un cycle récepteur.

3) Point A :

$$\boxed{P_A = 2 \text{ bar} \qquad T_A = 300 \text{ K} \qquad V_A = \frac{nRT_A}{P_A} = 12,47 \text{ L}}$$

On utilise la loi de Laplace sur l'étape A $\rightarrow$ B.

$$PV^\gamma = cte \quad \Rightarrow \quad P_A V_A^\gamma = P_B V_B^\gamma \quad \Rightarrow \quad \boxed{V_B = V_A \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^{1/\gamma} = 20,46 \text{ L}}$$

De même avec la température et la pression :

$$T^\gamma P^{1-\gamma} = cte \quad \Rightarrow \quad \boxed{T_B = T_A \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 246,1 \text{ K}}$$

Point C :

$$\boxed{T_C = 300 \text{ K} \qquad V_C = 20,46 \text{ L} \qquad P_C = \frac{nRT_C}{V_C} = 1,22 \text{ bar}}$$

4) L'étape A $\rightarrow$ B est une adiabatique $\boxed{S_{e,AB} = 0}$ réversible $\boxed{S_{c,AB} = 0}$. Le second principe assure donc que $\boxed{\Delta S_{AB} = 0}$.

L'étape B $\rightarrow$ C est une isochore ($W_{BC} = 0$). Le premier principe et la loi de Joule pour une transformation isotherme donnent :

$$\Delta U_{BC} = C_V \left(T_C - T_B\right) = Q_{BC}$$

On en déduit l'entropie échangée :

$$\boxed{S_{e,BC} = \frac{Q_{BC}}{T_C} = C_V \left(1 - \frac{T_B}{T_A}\right) = -3,73 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}}$$

De plus, le formulaire donne :

$$S = C_V \Big[\ln(P) + \gamma \ln(V)\Big] + cte = C_V \Big[\ln(T) + (\gamma - 1)\ln(V)\Big] + cte'$$

On en déduit :

$$\boxed{\Delta S_{BC} = C_V \ln\left(\frac{T_C}{T_B}\right) = -C_V \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right) = 4,12 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}}$$

Le second principe donne donc :

$$\boxed{S_{c,BC} = \Delta S_{BC} - S_{e,BC} = C_V \left[\frac{T_B}{T_A} - 1 - \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right)\right] = 0,382 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}}$$

L'étape C $\rightarrow$ A est une isotherme. Le premier principe et la loi de Joule pour une transformation isotherme donnent :

$$\Delta U_{CA} = 0 = W_{CA} + Q_{CA}$$

Or, le travail des forces de pression vaut :

$$W_{CA} = -\int_{V_C}^{V_A} P\, dV = -nRT_A \int_{V_C}^{V_A} \frac{dV}{V} - nRT_A \ln\left(\frac{V_A}{V_C}\right)$$

On en déduit l'entropie échangée :

$$\boxed{S_{e,CA} = \frac{Q_{CA}}{T_A} = nR \ln\left(\frac{V_A}{V_C}\right)}$$

Une question ? Un soucis de QRCode ? nicolasperrissin@gmail.com

De plus, le formulaire donne :

$$S = C_V \left[\ln(P) + \gamma \ln(V) \right] + cte = C_V \left[\ln(T) + (\gamma - 1) \ln(V) \right] + cte'$$

On en déduit :

$$\boxed{\Delta S_{CA} = C_V \, (\gamma - 1) \ln\left(\frac{V_C}{V_A}\right) = nR \ln\left(\frac{V_C}{V_A}\right)}$$

Le second principe donne donc :

$$\boxed{S_{c,CA} = \Delta S_{CA} - S_{e,CA} = 0}$$

5) L'étape B $\rightarrow$ C est irréversible, il est donc impossible de la réaliser dans le sens contraire. En effet, cela signifierait que le gaz passe spontanément de l'état C à l'état B, tout en restant au contact du thermostat T_C, ce qui est absurde. Pour rendre l'état réaliste, il faudrait changer la température du thermostat et choisir une température T_B. Dans ce cas, le gaz pourrait passer du point C au point B (de manière irréversible).

Une question ? Un soucis de QRCode ? nicolasperrissin@gmail.com