Étude d'un cycle monotherme

On étudie $n = 1$ mol d'un gaz parfait de coefficient $\gamma = 1,4$ qui subit la succession de transformations suivantes :

- A $\rightarrow$ B : détente isotherme de $P_A = 2$ bar et $T_A = 300$ K jusqu'à $P_B = 1$ bar en restant en contact avec un thermostat de température T_A ;
- B $\rightarrow$ C : évolution isobare jusqu'à $V_C \neq V_B$ toujours en restant en contact avec le thermostat à T_A ;
- C $\rightarrow$ A : compression adiabatique réversible jusqu'à revenir à l'état A.

1) Représenter ce cycle dans le diagramme de Clapeyron.

2) À partir du diagramme, déterminer le signe du travail total des forces de pression au cours du cycle. En déduire s'il s'agit d'un cycle moteur ou d'un cycle récepteur.

3) Déterminer l'entropie crée entre A et B. Commenter.

4) Calculer la température et le volume en C.

5) Déterminer le travail W_{BC} et le transfert thermique Q_{BC} reçus par le gaz au cours de la transformation BC. En déduire l'entropie échangée avec le thermostat ainsi que l'entropie créée.

6) Conclure : le cycle proposé est-il réalisable ? Le cycle inverse l'est-il ?

<u>Formulaire</u> : entropie d'un gaz parfait :

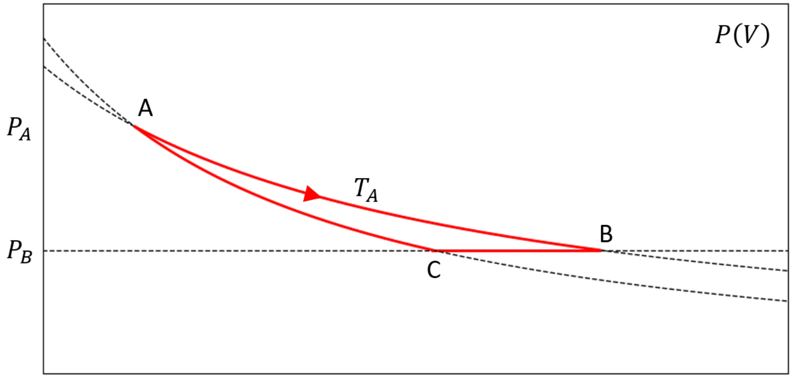
$$S = C_V \left[\ln(P) + \gamma \ln(V) \right] + cte$$

Correction

Une question ? Un soucis de QRCode ? nicolasperrissin@gmail.com

Correction

1) Cycle :



2) Le cycle est parcouru dans le sens horaire, il s'agit donc d'un cycle moteur.

3) Le premier principe et la loi de Joule pour une transformation isotherme donnent :

$$\Delta U_{AB} = 0 = W_{AB} + Q_{AB}$$

Or, le travail des forces de pression vaut :

$$W_{AB} = -\int_{V_A}^{V_B} P\,dV = -nRT_A \int_{V_A}^{V_B} \frac{dV}{V} - nRT_A \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$$

On en déduit l'entropie échangée :

$$\boxed{S_{e,AB} = \frac{Q_{AB}}{T_A} = nR\ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)}$$

De plus, le formulaire donne :

$$S = C_V\Big[\ln(P) + \gamma\ln(V)\Big] + cte = C_V\Big[\ln(T) + (\gamma-1)\ln(V)\Big] + cte'$$

On en déduit :

$$\boxed{\Delta S_{AB} = C_V(\gamma-1)\ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) = nR\ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)}$$

Le second principe donne donc :

$$\boxed{S_{c,AB} = \Delta S_{AB} - S_{e,AB} = 0}$$

Une transformation isotherme est réversible.

4) Commençons par calculer V_A :

$$V_A = \frac{nRT_A}{P_A} = 12,47\text{ L}$$

On utilise la loi de Laplace sur l'étape C $\rightarrow$ A.

$$PV^\gamma = cte \quad\Rightarrow\quad P_AV_A^\gamma = P_BV_C^\gamma \quad\Rightarrow\quad \boxed{V_C = V_A\left(\frac{P_A}{P_B}\right)^{1/\gamma} = 20,46\text{ L}}$$

De même avec la température et la pression :

$$T^\gamma P^{1-\gamma} = cte \quad\Rightarrow\quad \boxed{T_C = T_A\left(\frac{P_A}{P_B}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 246,1\text{ K}}$$

5) Commençons par calculer V_B :

$$V_B = \frac{nRT_A}{P_B} = 24,94\text{ L}$$

Le travail entre B et C :

$$\boxed{W_{BC} = -\int_{V_B}^{V_C} P_B\,dV = -P_B(V_C - V_B) = 448,2\text{ J}}$$

On applique le premier principe version enthalpique pour avoir la chaleur entre B et C :

$$\boxed{\Delta H_{BC} = Q_{BC} = C_P(T_C - T_B) = -1568\text{ J}}$$

On en déduit :

$$\boxed{S_{e,BC} = \frac{Q_{BC}}{T_A} = -5,228\text{ J}\cdot\text{K}^{-1}}$$

Avec le formulaire :

$$\Delta S_{BC} = \gamma C_V\ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right) = -5,763\text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$$

Une question ? Un soucis de QRCode ? nicolasperrissin@gmail.com

Le deuxième principe donne donc :

$$\boxed{S_{c,BC} = \Delta S_{BC} - S_{e,BC} = 0 = -0,535\ \mathrm{J{\cdot}K^{-1}} < 0}$$

6) L'entropie créée lors de l'étape BC étant négative, cette étape est impossible à réaliser. En effet, le système change spontanément de température alors qu'il reste en contact avec le thermostat T_A, ce qui est impossible.

Puisque $S_{c,AB} = S_{c,CA} = 0$, il est possible d'inverser ces transformations. Le cycle inverse (récepteur) est donc bien réalisable !

Une question ? Un soucis de QRCode ? nicolasperrissin@gmail.com